

“Investigação do Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Metodologia de Resolução de problemas”.

Autora: Eliane Saliba Botta

**Projeto para o Curso de Mestrado em Educação Matemática, na área de
concentração em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus
Fundamentos Filosófico-Científicos.**

Universidade Estadual Paulista – Campus Rio Claro, S.P

Introdução:

Neste trabalho pretendo avaliar alguns aspectos da metodologia do *ensino-aprendizagem da matemática através de resolução de problemas*. Mais precisamente, aspectos referentes ao aprendizado do conteúdo de funções do primeiro e segundo graus, com alunos da primeira série do ensino médio. Pretendo utilizar como material de apoio o livro “*Problem-Driven Math: Applying the Mathematics Beyond Solutions* – Krulik, S. e Rudnick, J.A.”, entre outros, e trabalhar dentro da tendência *resolução de problema como contexto*, com o sub-tema *motivação*.

1- Considerações Gerais:

Tendo trabalhado no ensino público desde 1992, como professora de matemática (e eventualmente de outras disciplinas da grade curricular), com efetivação em 2004, pude observar que boa parte dos professores do ensino público em nível fundamental (ciclos 3 e 4) e médio, se não a maioria, tem-se mostrado refratária a inovações metodológicas e, isso pelos mais diversos motivos, destacando-se o desestímulo profissional (em minha opinião decorrente do aviltamento que a carreira do magistério público vem sofrendo há pelo menos duas décadas) e a “formação deficiente” do professor para lidar com o “processo de inclusão” dos alunos freqüentadores das escolas públicas, em sua maioria provenientes das classes menos privilegiadas. Como diminuir o distanciamento entre a formação teórico-pedagógica recebida pelos profissionais da área, formação que pressupõe em geral um “universo ideal” de alunos, e a

realidade que encontrarão nas salas de aula? Embora esta questão mereça uma discussão muito mais ampla, vou me restringir aqui à minha própria experiência no processo de ensino-aprendizagem ocorrida dentro de um universo “real”.

No decorrer desses anos, com a experiência adquirida em minha formação acadêmica inicial e no exercício efetivo da prática educacional, acompanhada de diversos cursos de complementação e reciclagem, pude observar, em concordância com os autores Beatriz D Ámbrósio (1983) [1] e Ernst Snapper [2] que a contribuição das correntes logicista, intuicionista e formalista para o aprendizado da matemática, a partir de uma perspectiva mais atual, tem sido mais insatisfatória que satisfatória. Haja visto os resultados das avaliações de desempenho dos estudantes do ensino público, desempenho que tem se mostrado abaixo do esperado. Além disso, podemos constatar uma aversão significativa dos estudantes com respeito à matemática, quando não, com respeito aos próprios professores desta disciplina. Dentro deste quadro, é natural que surjam as questões: O que ensinar em matemática? e Como ensinar?

Tenho observado que, na matemática, o planejamento das aulas do dia a dia tem enfatizado sobretudo aspectos manipulativos e fórmulas, deixando de lado as eventuais aplicações da teoria a problemas práticos e a problemas relacionados com o cotidiano dos estudantes. Esta característica, reconhecida passivamente pela maioria dos docentes da Rede Pública, só pode ocasionar a falta de motivação de seus alunos nas salas de aula. A ausência de manipulações de modelos, de atividades que estimulem a visualização, a experimentação, a formulação de hipóteses, a dedução dos resultados matemáticos e sua ligação com outras áreas do conhecimento humano e das ciências exatas, geram grande apatia durante as aulas tradicionais.

Desta forma, me parece que não estamos preparando os alunos de modo adequado para um mercado de trabalho que cada vez mais exige habilidades envolvendo matemática e áreas afins, bem como a habilidade para lidar de modo crítico-reflexivo com os novos desafios que inevitavelmente surgirão em uma sociedade marcada por um grande dinamismo.

O que eu vejo e ouço também, é a manifestação de um “vago sentimento de exclusão” por grande parte dos alunos das escolas públicas, por sentirem que o que lhes é ensinado está muito distante do mundo em que vivem e que lhes trará pouca ou nenhuma serventia em seu futuro profissional (quando existe alguma perspectiva para esse futuro). Os alunos frequentemente se manifestam como excluídos: “Somos excluídos e sempre seremos, independente do que procuram nos ensinar”.

Parece-me que existe um grande consenso entre os educadores quanto à dificuldade de se ensinar e aprender matemática, o que sugere a necessidade de introduzirmos inovações metodológicas, novas formas de se ensinar matemática, que não somente as aulas expositivas

tradicionais. Estes são desafios que nós professores teremos que enfrentar, mesmo que desmotivados e despreparados, como já mencionado anteriormente. Mas, se por um lado, os cursos de reciclagem, de extensão, de capacitação e de adaptação às novas tecnologias, oferecidos pelas Delegacias de Ensino, UFSCar, USP e outras instituições, aos professores da rede pública, parece que vêm contribuindo para uma nova fase de otimismo e perseverança em relação à carreira, por outro lado, a minha experiência tem mostrado que estes cursos frequentemente nem mesmo são incluídos no planejamento anual realizado pelos professores, com raras e louváveis exceções, e dependentes da iniciativa particular deste ou daquele professor. Além disso, também de acordo com a minha experiência, o desenvolvimento dos diversos projetos político-pedagógicos (Projeto Água, Projeto Consumo e Meio Ambiente, Projeto Africanidade, etc.) instituídos nas escolas que trabalhei não tem sido discutidos de modo mais amplo, com a totalidade dos professores envolvidos nesses projetos. Em decorrência disso, tais projetos não atingem o objetivo esperado: desenvolver um conteúdo significativo, mesmo que modesto, otimizando tanto quanto possível o processo de ensino-aprendizagem dos estudantes. Ainda, no que diz respeito à matemática, não se tem discutido o currículo e as dificuldades encontradas pelos estudantes no aprendizado desta disciplina, as discussões se limitando ao bom ou mau comportamento dos alunos, rendimento, etc...

Infelizmente, não se discute as duas questões mencionadas anteriormente, que me parecem fundamentais:

O que é que devemos ensinar?

Como devemos ensinar?

2- Tema:

Assumindo que o conteúdo a ser ensinado nas diversas disciplinas já vem especificado nos PCN's (embora consciente de que esse conteúdo também constitui um vasto campo de pesquisa), e também assumindo que, a princípio, nós professores devemos nos pautar neste conteúdo, e seguindo, tanto quanto possível, a ordenação dos temas conforme apresentada nestes parâmetros curriculares, me parece que, das duas questões colocadas acima, apenas a segunda, *Como devemos ensinar?*, me permitirá maior autonomia no projeto que pretendo desenvolver. Ou seja, pretendo me focar na questão relativa à *metodologia do ensino-aprendizagem*. E mais especificamente, à *metodologia do ensino-aprendizagem da matemática através da resolução de problemas*.

3- Familiarização com o tema:

Em anos anteriores (2001 e 2002), tive a oportunidade de participar do Projeto Pró-Ciências na UFSCar, onde foram apresentadas várias propostas de novos procedimentos didáticos, dentre eles o Ensino da Matemática Através de Problemas. Meu interesse maior se concentrou nesta última proposta, que veio de encontro à minha percepção, como professor-educador, de que o ensino da matemática baseado na metodologia de resolução de problemas, é mais eficiente, no que diz respeito ao interesse que desperta no aluno, e, portanto, no que diz respeito ao ensino-aprendizagem, do que a metodologia tradicional.

Como parte do meu trabalho no projeto Pró-Ciência 2001, desenvolvi em minhas aulas, nas primeiras séries do ensino médio, dois problemas relacionados com a função do segundo grau. Durante o Pró-Ciência 2002, na terceira série do ensino médio, desenvolvi vários conteúdos (cálculo de áreas, o estudo da função logarítmica para cálculos de Ph, cálculo estequiométrico, envolvendo sistemas lineares, cálculos de áreas e volumes, etc.) que surgiram naturalmente durante o desenvolvimento do projeto denominado Hidroponia.

Para desenvolver essas aulas, “aulas inéditas”, nome que se dava a essas atividades, alguns procedimentos foram usados, de acordo com o meu orientador Prof. Dr. Roberto Paterline:

- a) Escolher um tópico de matemática a ser ensinado (por exemplo, estudo do máximo ou mínimo)
- b) Desenvolver ou encontrar um problema simples que envolve o tópico escolhido (por exemplo, o problema da área de um terreno ou problema da probabilidade geométrica no plano) que envolve tanto quanto, argumentos, conjecturas como respostas de problemas simples.
- c) Começar a aula com a situação problema. Segue assim uma alternativa possível de desenvolver a matemática fazendo uma transposição didática do ponto vista de um problema concreto, para o abstrato, simbólico.

O resultado final destas atividades foi muito satisfatório no que diz respeito ao interesse genuíno demonstrado pelos estudantes desde o início dos trabalhos, à percepção de que “existe” um pouco de matemática em quase todo tipo de atividade humana, e também no que diz respeito à assimilação do conteúdo matemático específico abordado em cada projeto. Ficou evidente para os estudantes que quanto mais matemática eles soubessem maior seria a compreensão do mundo que os cercava. Ficou evidente também, que o conhecimento anterior de matemática, adquirido nas aulas tradicionais, ganhou maior significado.

Parece que também consegui obter mudanças importantes no que diz respeito à postura dos alunos frente ao professor, e pude perceber que este tipo de aula “resgatou” um ambiente de ensino-aprendizagem bastante saudável em vários sentidos:

- no desenvolvimento do relacionamento social entre os estudantes.
- os estudantes compreenderam a necessidade de estabelecer regras de conduta na classe para o bom desenvolvimento de um trabalho.
- os estudantes despertaram para uma nova realidade, ao compreenderem a importância da matemática no seu cotidiano.
- em atividades desenvolvidas posteriormente, os alunos mostraram maior habilidade e maior autonomia na resolução dos novos problemas propostos.
- ensinar um tópico de matemática usando uma situação problema também é desenvolver matemática.

Em resumo, ao longo deste período de “iniciação”, em que tive a oportunidade de trabalhar pela primeira vez com a metodologia do ensino da matemática através de resolução de problemas, pude observar que este método apresenta resultados bastante satisfatórios e, a partir de então, procurei obter maiores informações a respeito da pesquisa realizada nesta área, já que desde o final de minha graduação vinha desejando obter um mestrado, ou em matemática pura ou em educação matemática.

Após este trabalho inicial, entrei em contato com um grupo de professores e orientadores dessa área, para aprofundar meus conhecimentos e fazer reflexões com relação a essa metodologia de ensino. Em 2003 frequentei o grupo de pesquisa GTERP, Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas da UNESP- Rio Claro, orientado pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, e desde o início deste ano, voltei a participar das discussões promovidas por esse grupo de pesquisa

E a questão norteadora do projeto que eu gostaria de desenvolver é a seguinte:

O ensino de matemática através de problemas é um método eficaz para a “introdução” de novos conteúdos como também, para o reforço de conteúdos teóricos previamente discutidos com os estudantes?

A seguir destacarei algumas considerações importantes dos artigos que estudei para justificar e delinear meu trabalho de investigação, para a questão norteadora mencionada acima.

Historicamente, desde os antigos egípcios, chineses, e gregos, o homem sempre esteve envolvido com problemas da ciência da natureza como a astronomia, por exemplo. Sabe-se hoje, que existe uma cópia de um antigo papiro do séc. XIX a.C. conhecido como Ahmes Papyrus, datado aproximadamente de 1650 a.C, que foi escrito por um escriba egípcio. Este manuscrito contém uma coleção de problemas resolvidos, e problemas similares a eles

encontram-se em livro texto de matemática dos séculos XIX e XX, e até então como uma visão limitada do ensino, isto é, resolver problema significava até recentemente apresentar problemas e incluir técnicas específicas para obtenção da solução.

Conforme mencionado no artigo Perspectivas Históricas sobre Resolução de Problemas no Currículo de Matemática, Stanic, George M.A., e Kilpatrick, Jeremy problemas ocuparam um lugar central nos currículos desde a antiguidade, mas a resolução de problemas não. Só recentemente apareceram educadores matemáticos aceitando a idéia de que o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas merece especial atenção.

Em 1980, o NCTM (Conselho Nacional dos Professores de Matemática), entidade norte-americana, apresentou “An Agenda for Action” (Uma agenda para Ação), um documento recomendando que a resolução de problemas deveria ser o foco da matemática escolar nos anos 80.

No entanto, conforme mencionado pelos autores, esta recomendação do NCTM levantou muitas controvérsias a respeito do tema: o que é educação, o que é ensino, o que é matemática, porque é que devemos ensinar em geral, matemática, e em particular resolver problema.

Embora a “Agenda” assume que há uma estreita relação entre resolver problema numa aula de matemática e resolver problema do nosso cotidiano, segundo o autor não há nenhum esclarecimento adequado a respeito do que é resolução de problemas, porque deveremos ensinar utilizando esta metodologia, ou como este foco se encaixa em um contexto histórico.

Após o autor fazer uma análise em perspectiva de como a resolução de problemas foi tratada ao longo da história, ele afirma que são três os temas gerais caracterizam o papel da resolução de problemas nos currículos de Matemática das escolas: resolução de problemas como contexto, resolução de problemas como capacidade e resolução de problemas como arte.

A resolução de problemas como contexto tem pelo menos cinco sub-temas: *resolução de problema como justificção*, *resolução de problemas como motivação*, *resolução de problema como recreação*, *resolução de problema como veículo* e *resolução de problema como prática*. Todos esses sub-temas, se baseiam na idéia de que os problemas e a resolução de problemas são meios para atingir fins importantes.

No trabalho que proponho realizar, pretendo me focar no sub-tema de *resolução de problema como motivação*, este sub-tema está relacionado com o *sub-tema justificção*, em que os problemas justificavam a matemática que se ensinava. Contudo no caso da motivação, a conexão é muito mais específica, e é procurado o objetivo de atrair o interesse do aluno. Por exemplo, conforme menciona o autor, um problema específico envolvendo a adição com reagrupamento deve ser usado para introduzir uma série de lições conduzindo à aprendizagem do algoritmo mais eficiente para adicionar números.

Para finalizar estas considerações, gostaria de mencionar que optei trabalhar com o tópico *função* porque este conteúdo permite estabelecer muitas relações entre variáveis, conjuntos numéricos ou campos de variação (conjunto universo). Além disso, segundo Souza 2004, o conceito de função está fundamentado no conceito mais geral de movimento, assim como, tanto para Karlson como para Caraça, a função é um instrumento, criado pelo matemático para descrever movimentos da vida, conforme mencionado pela Profa. Dra. Maria do Carmo de Souza, em seu artigo “Ensinando o conceito de variável a partir da perspectiva lógico-histórica”. Gostaria de mencionar ainda, que pretendo usar os dois modelos de processo de resolução de problemas de matemática propostos por Thomas L. Schroeder e Frank K. Lester, Jr. No artigo *Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving*.

Metodologia de investigação:

- 1- Leitura de textos e artigos da área tais como:
 - a) *Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving*, Thomas L. Schroeder, Frank K. Lester, Jr.
 - b) *Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum*, George M. A. Stanic e Jeremy Kilpatrick.
 - c) *Perspectives on Scholarship and Research Methods*, Thomas A. Romberg.
 - d) *Ensino-Aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas*, Lourdes de la Rosa Onuchic (p.199-218, livro *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas UNESP*).
 - e) *Influência de Teorias de Aprendizagem na Evolução do Currículo Matemático*, Beatriz D’Ambrosio (*Série de Palestras e Debates: Solução de Problemas, Computadores e Aspectos Culturais no Ensino de Matemática*).
 - f) *Insights from Research on Mathematical Problem Solving in the Middle Grades*, Diana Lambdin Kroll and Tammy Miller.
 - g) *Problem Solving in Early Childhood: Building Foundations*, Ray Hembree and Harold Marsh.

- h) As Três Crises da Matemática: O Logicismo, O Intuicionismo, e o Formalismo, Ernst Snapper, Revista Humanidades.
- 2- Como professora, também aplicarei aulas de resolução de problemas. A cada novo conceito e conteúdo, introduzidos por meio de problemas, tentarei identificar quais são as dificuldades dos alunos.
- 3- Investigação de problemas disponíveis na literatura e elaboração de novos problemas.

BIBLIOGRAFIA

Davis, P.J, e Hersh, R: A Experiência Matemática – Ed Francisco Alves, 1980.

D'Ambrosio, Beatriz: Influência de Teorias de Aprendizagem na Evolução do Currículo Matemático – Serie de Palestras e Debates: Solução de Problemas, computadores e aspectos culturais no ensino de Matemática, 1983.

Donal, J: Pedagogia dos Monstros – Artigo: Liberdade bem regulada Ed Autêntica, 2000.

Skovsmose, O. : Educação Matemática Crítica, a questão da Democracia – Ed. Papiru, 2001.

Fonseca, Maria C. F. R: Letramento no Brasil, Capítulo 3 – Ed. Global, 2004.

Salvador, J. Projeto Integrado de Ciências e Matemática para Professores da Rede Pública de São Carlos e região- UFSCar – IV encontro de Extensão da UFSCar, setembro de 2003. (Pró-Ciências: Apostilas, 2002 -2003).

Brasil, Ministério da Educação e da Secretaria da Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais (Matemática). 3ª. Ed. Brasília: A Secretaria, 2001.

Brasil, Ministério da Educação e da Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (Matemática). Brasília: MEC/SEMT, 1999.

Onuchic,L.R e Allevato, N.S.G.: Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: Bicudo, Maria A. V (Org) Pesquisa em Educação Matemática – Concepções & Perspectivas – Ed. Unesp, 1999.

Onuchic,L.R.: Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de Problemas. In Bicudo, Maria A. V e Borba, M. (Orgs) Educação Matemática-pesquisa em movimento, São Paulo, Editora Cortez, 2004.

Bicudo, Maria A. V.: Filosofia da Educação Matemática, Concepções & Movimento, - Ed. Plano, 2003.

Souza, Maria C.: Artigo – Ensinando o conceito de variável a partir da perspectiva lógico-histórica.

Caraça, B.J: Conceitos Fundamentais da Matemática, Parte 2 funções - [p101 a 197], 1998, Ed. Gradiva, 2ª. edição.

Karlson, P.: A magia dos números, a matemática ao alcance de todos, Coleção Tapete Mágico, Capítulo: No reino das funções – [p 337 a 424], Ed. Globo, 1961.

Courrant, R. e Robbins, H.: What is Mathematics? An elementary approach to ideas and Methods, Capítulo 4, [p273 a 289], Ed. Oxford, 1980.

Romberg, T.A.: Perspectives on Scholarship and Research Methods. In Grows, D.A.(Ed) Handbook of Resarch on Mathematics Teaching and Larning. Reston: NCTM, Cap3, [p49-64], 1992.

Stanic, G.M.A. e Kilpatrick, J.: Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. In: Charles, R. I.; Silver, E.A. (Eds) The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving. Reston. NCTM, [p1-22], 1990.

Krulik, Se Rudnick, J.A.: Problem-Driver Math: Appluing the Mathematic Beyond Solutions.

Schoeder, T.L e Lester, F.K.Jr: Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving, Trafton, P.R, Shulte, A.P., (Ed) New Directions for Elementary School Mathematics. National council of Teachers of Mathematics, 1989. (Year Book).

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics. An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980`s.

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics. Principles and Standards for School Mathematics. Reston 2000.