

Uma Investigação sobre Função Quadrática com Alunos do 1º Ano do Ensino Médio

Ademir Medeiros dos Santos Junior

Introdução

Nos últimos anos, estudos têm demonstrado que a Matemática se revela uma das disciplinas com maior índice de dificuldade com relação ao processo de ensino e aprendizagem. Alguns dados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) mostram que no Brasil 62,60 % dos alunos estão em estágio crítico, e na região Centro-Oeste esse percentual não é muito diferente permanecendo em 58,66% (BRASIL, 2001).

Esse fato tem levado pesquisadores da área de Educação Matemática a desenvolver trabalhos voltados para essa linha de pesquisa, que é o ensino e aprendizagem em Matemática. Como também nos tem despertado um interesse de pesquisa para a formação conceitual quando tratamos de uma aprendizagem orientada por competências.

Segundo os PCN+, Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 2002, p. 116), a aprendizagem deve ser orientada por competências que os alunos deverão desenvolver, das quais citamos as que julgamos importantes para esta pesquisa:

- *Identificar regularidades em situações semelhantes para estabelecer regras, algoritmos e propriedades; por exemplo, perceber que todas as funções do segundo grau possuem o mesmo tipo de gráfico, o que implica propriedades de sinal, crescimento e decréscimo.*

- *Reconhecer a existência de invariantes ou identidades que impõem as condições a serem utilizadas para analisar e resolver situações-problema.*

Ainda se tratando de documentos oficiais temos as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), que partem do princípio que toda situação de ensino e aprendizagem deve agregar o desenvolvimento de habilidades que caracterizem o “pensar matematicamente”. E assim, deve-se dar prioridade à qualidade do processo e não a quantidade de conteúdos a serem trabalhados. Estas Orientações apresentam como conteúdos básicos para o Ensino Médio os blocos de conteúdos: Números e operações; Funções; Geometria; Análise de dados e probabilidade, prevendo articulações entre eles.

O conteúdo de funções é um elemento fundamental, pois além de servir para articular diferentes conteúdos matemáticos é também utilizado para representar relações entre grandezas de outras áreas, favorecendo assim abordagens interdisciplinares e mesmo transdisciplinares.

Neste trabalho nos propomos a investigar atividades desenvolvidas por alunos referentes ao conceito de função quadrática, observamos mais especificamente nessas Orientações este conteúdo. Verificamos que o estudo do mesmo deve ser motivado por problemas de aplicação, em que é preciso encontrar o ponto de máximo (problemas clássicos para determinar a área máxima), que o estudo dessa função – posição do gráfico, coordenada do ponto de máximo/mínimo, zeros da função – deve ser feito estabelecendo relações entre o gráfico e os coeficientes de sua expressão algébrica, evitando-se decorar regras e que o trabalho com a forma fatorada ($f(x) = a.(x - m)^2 + n$) possa auxiliar nessa compreensão. Pode ainda ser utilizada para identificar que o gráfico da função quadrática é uma parábola e que esta é o lugar geométrico dos pontos do plano que são equidistantes de um ponto fixo (o foco) e de uma reta (a diretriz).

Acreditamos que o aprendizado da Matemática possa contribuir para o desenvolvimento de capacidades dos alunos concernentes ao raciocínio, atenção, memória lógica, abstração, análise e visualização, por isso torna-se necessária uma abordagem cognitiva.

Assim, devido à necessidade de uma abordagem cognitiva, após alguns estudos definimos o objeto desta pesquisa que é: invariantes operatórios e o conceito de função quadrática por alunos do 1º ano do Ensino Médio e fazemos nossa investigação à luz da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990). Desse modo, esperamos ao fim deste trabalho, compreender melhor o funcionamento cognitivo referente a esse assunto e fornecer ao pesquisador em Educação Matemática, subsídios que os ajudem a produzir novos conhecimentos nessa área.

Referencial Teórico

A teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud é uma teoria psicológica cognitivista que supõe que o núcleo do desenvolvimento cognitivo é a conceitualização do real (1996a, p. 118). Ou seja, acredita-se que o ser humano quando enfrenta a realidade, interpreta-a por meio de seus significados, relações e suas representações. O ensino e a aprendizagem em Matemática buscam aproximar esses significados, relações e representações com os da comunidade científica. O objetivo da teoria é fornecer uma estrutura às pesquisas que se propõem investigar a aprendizagem e a conceitualização por parte do sujeito-em-ação. A teoria permite estudar ligações e rupturas entre conhecimentos do ponto de vista do seu conteúdo conceitual.

A teoria dos campos conceituais proposta por Vergnaud (1990)

[...] é uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente as que revelam das ciências e das técnicas. (p. 133)

Os conceitos de campo conceitual, situações, esquemas, invariantes operatórios e formas de linguagem são fundamentais para a compreensão dessa teoria.

O campo conceitual é apresentado como um conjunto de situações cujo tratamento envolve o conceito a ser estudado e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar tais situações. Por exemplo, poderíamos dizer que o campo conceitual de função quadrática envolve situações que requerem conhecimentos sobre, plano

cartesiano, pontos de máximo e mínimo, zeros da função, relações entre o gráfico e os coeficientes da função, que todos os gráficos representam uma parábola, entre outros.

É por meio das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança (Vergnaud 1990, pág. 135). Podemos diferenciar dois tipos de situações: as que o aluno dispõe dos conhecimentos necessários para resolver o problema, ou seja, é imediata a resolução e ele utiliza um único esquema (automatizado) e as que ele não dispõe dos conhecimentos necessários, ou seja, ele tem que fazer tentativas, reflexões, utilizar vários esquemas para obter a solução desejada ou não. (não automatizado).

O esquema é chamado de organização invariante do comportamento para uma classe de situações dadas (Vergnaud 1990, pág. 136), entendendo por comportamento a conduta mental do sujeito. Os conhecimentos matemáticos são amparados por esquemas que ajudam a organizar o pensamento. Essa organização invariante do pensamento é que permite, em uma classe de situações, identificar a automatização. Por exemplo, é pedido aos alunos que construam um gráfico a partir da lei de formação, e antes de construí-lo o aluno constrói uma tabela que não havia sido solicitada. Mas a automatização, não priva o sujeito do controle da situação onde será ou não utilizada a operação.

Contido nos esquemas é que estão os invariantes operatórios, conhecimentos expressos por “conceitos-em-ação” e “teoremas-em-ação”. Os teoremas-em-ação são invariantes do tipo proposição, podem ser verdadeiros ou falsos, e os conceitos-em-ação são do tipo função proposicional, são sempre verdadeiros. É importante observar que um conceito-em-ação não é, verdadeiramente, um conceito e nem um teorema-em-ação é um teorema e que estes não se encontram explícitos para facilmente serem analisados.

Um conceito é considerado por Vergnaud (1990, p. 145) como uma trinca de conjuntos:

$$C = (S, I, L)$$

S: conjunto de situações que dão sentido ao conceito (referência).

I: conjunto de invariantes em que se baseia a operacionalidade dos esquemas (significado).

L: conjunto das formas de linguagem (ou não) que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (significante).

Quando Vergnaud menciona *situações que dão sentido ao conceito*, ele trata a palavra sentido como uma relação do sujeito com as situações e os significantes, ou seja, os esquemas que o sujeito busca para tratar uma situação ou por um símbolo.

A linguagem apresentada dentro do terceiro conjunto da trinca tem dupla função: de comunicação e representação. Ajudando a organizar o pensamento para a ação e as relações entre a ação e a situação.

Referencial Metodológico

Utilizaremos a engenharia didática desenvolvida por Michele Artigue (1990) como metodologia de pesquisa.

A engenharia didática vista como uma metodologia de pesquisa se caracteriza, em primeiro lugar, por ser um esquema experimental baseado em realizações didáticas em classe, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e análise de seqüência de ensino. (ARTIGUE 1990, p. 135)

A engenharia didática é composta de quatro fases consecutivas, mas não separadas, são: as análises preliminares; concepção e análise a priori; aplicação de uma seqüência didática e a análise a posteriori e validação.

Na análise preliminar realizamos um estudo a partir de um levantamento de aspectos epistemológicos do conceito de função, mais especificamente de função quadrática. Além de documentos oficiais que tratam do ensino e aprendizagem, foi realizada também uma análise de alguns livros didáticos e também aplicamos uma seqüência de atividades para fortalecer nosso embasamento quanto ao uso do referencial teórico e diagnosticar indicadores de possíveis invariantes operatórios formulados pelos alunos com relação ao conceito de função quadrática.

Na fase da concepção e análise a priori elaboramos uma seqüência didática prevista para ser aplicada durante seis sessões de uma hora cada. Esperamos que ela possa atender aos objetivos da pesquisa, interrogando sobre os significados atribuídos pelos alunos aos conceitos de plano cartesiano, função, domínio e imagem da função, gráficos, equações, zeros da função e pontos de máximo e mínimo, observando os elementos presentes nessa etapa como: os objetivos, o comportamento esperado pelos alunos, os procedimentos previstos, os recursos, necessários e a identificação de variáveis didáticas.

Na outra fase, que é a aplicação da seqüência, já foram realizadas três sessões e estão sendo feitas coletas de dados junto à população de doze alunos, no caso, alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola particular de Campo Grande-MS. Esta fase envolve situações que visam buscar dificuldades apresentadas pelos alunos e identificar possíveis invariantes operatórios. A aplicação das atividades e o recolhimento de dados produzidos pelos alunos, durante a experimentação, estão sendo feitas pelo pesquisador e observadores previamente orientados. Ainda nessa fase, realizamos a análise a posteriori local, que consiste da descrição dessa aplicação e possíveis correções no desenvolvimento da pesquisa.

Na parte final da experimentação, será feito um refinamento das informações obtidas na aplicação da seqüência, confrontando a análise a priori e a posteriori, objetivando a validação das hipóteses levantadas no início da pesquisa, a identificação dos invariantes operatórios e a dissertação da parte experimental da pesquisa à luz da teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1990).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados esperados da pesquisa referem-se a possíveis invariantes operatórios que deverão ser explicitados pelos alunos, diante das atividades propostas envolvendo o campo conceitual de função quadrática.

Consideramos que a teoria dos Campos Conceituais é importante, não apenas para entender o campo conceitual, mas para buscar, frente aos invariantes operatórios que podem aparecer como obstáculos à aprendizagem, alguma forma de ruptura, que possa contribuir para promover a aprendizagens, entendendo essa como uma relação de interação entre a nova informação e os conhecimentos já construídos pelo aluno.

Finalmente, apresentamos alguns dos possíveis teoremas-em-ação que já foram identificados nas produções dos alunos, coletadas durante as primeiras sessões da seqüência didática desta pesquisa: se o delta não for quadrado perfeito então a função não possui zeros; se a função não possui zeros, então não é possível encontrar esboçar o seu gráfico, se os coeficientes do polinômio de 2º grau, que representa a lei de formação de uma função, são números irracionais ou não estão explícitos então a função não é quadrática, entre outros.

REFERÊNCIAS

BIANCHINI, Bárbara. PUGA, Leila. Função: Diagnosticado Registros de Representação Semiótica. Revista Eletrônica de Republicação em Educação Matemática. UFSC, 2006, p. 5 – 16.

BRASIL, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. Relatório Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica - 2001 – Matemática. Brasília, 2001.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnologia. Orientações Curriculares para o Ensino Médio. Brasília: MEC, 2006.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnologia. PCN⁺: Ensino Médio – orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC, 2002.

CARAÇA, Bento de Jesus. Conceitos Fundamentais da Matemática. Lisboa. Editora Gradiva, 2003.

LOPES, Dejahyr Junior. Função do 1º grau: um estudo sobre seus registros de representação semiótica por alunos da 1º série do Ensino Médio. Dissertação de Mestrado em Educação. UFMS. Campo Grande, 2006

MONGELLI, Magda Cristina Junqueira Godinho. Um Estudo sobre procedimentos e invariantes operatórios utilizados por alunos de IV ciclo do ensino fundamental na resolução de problemas de simetria axial. Dissertação de Mestrado, UFMS. Campo Grande, 2005.

PAIS, Luis Carlos. Didática da Matemática Uma análise da influência francesa. Belo Horizonte. Editora Autêntica, 2001.

SIMÕES, Maria Helena. Pinedo. Uma Seqüência para o Ensino/Aprendizagem de Função do 2º grau. Dissertação de Mestrado, PUC-SP. São Paulo, 1995.

SANTOS, Edivaldo Pinto. Função Afim $y = ax + b$: A Articulação Entre o Registro Gráfico e o Algébrico com a Utilização de um Software Educativo. Dissertação de Mestrado. PUC-SP. São Paulo, 2002.

VERGNAUD. G. La théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactique des Mathématiques, 10 (23): 133-170 ((1990).