A Introdução da Álgebra nos Livros Didáticos: um estudo da organização didática.

Rosane Corsini Silva Nogueira
Marilena Bittar

Introdução

Este texto apresenta parte dos estudos que realizamos em nossa pesquisa de mestrado, cujas indagações iniciais eram referentes às dificuldades de aprendizagem dos alunos em Álgebra. Após realizarmos algumas leituras relacionadas a esse tema, nosso questionamento foi na direção de buscar algumas respostas ligadas à forma de apresentação da Álgebra aos alunos, isto é, começamos a nos questionar se uma das fontes dessas dificuldades não poderia estar ligada à forma como a Álgebra é apresentada aos educandos.

Propomos assim um estudo de como se dá o ensino da Álgebra na Educação brasileira. Delimitamos nosso objeto de pesquisa à Caracterização do ensino da Álgebra nos Livros Didáticos do Ensino Fundamental brasileiro.

Centramos nosso foco no capítulo que representa a introdução formal da Álgebra na Educação básica no Brasil, analisamos Livros Didáticos do 7º ano do Ensino Fundamental, no capítulo referente à Equação do 1º grau, olhando como se dá sua apresentação e como o assunto é conduzido neste momento inicial.

Em nossas análises dos Livros Didáticos, olhamos a forma que o autor propõe o texto do saber, visando identificar que tipo de proposta é feita, como organiza e apresenta os conceitos e conteúdos algébricos, com o intuito de encontrar elementos de respostas às nossas questões. Nesse sentido, a Teoria Antropológica do Didático parece responder com mais eficácia nossas questões de pesquisa.

Teoria Antropológica do Didático – TAD

Essa teoria considera que toda atividade humana consiste em cumprir uma tarefa t, que se exprime por um verbo, pertencente a um conjunto de tarefas do mesmo tipo T, através de uma técnica τ, justificada por uma tecnologia θ, que por sua vez, é justificada por uma teoria Θ. Parte do postulado que qualquer atividade humana põe em prática uma organização, denominada por Chevallard (1998), de praxeologia, ou organização praxeológica, simbolizada pela notação [T, τ, θ, Θ].

Chevallard (1998) considera ainda que o par [T, τ] é relacionado à prática, e pode ser compreendido como um saber-fazer, e o par [θ,Θ] é relacionado à razão, e é compreendido como o saber. Chevallard define assim a Organização Praxeológica [T, τ, θ, Θ], em que temos um bloco prático [T, τ], composto das tarefas e técnicas, o chamado saber fazer, e um bloco teórico [θ, Θ], composto pelas tecnologias e teorias, o bloco do saber.

Este modelo de praxeologia [T, τ, θ, Θ] representa uma peça elementar, denominada praxeologia pontual, porém este tipo de praxeologia raramente aparece de forma isolada. Ocorre que estas peças elementares virão a se unir para formar as praxeologias locais [T_i, τ_i, θ, Θ], que são centradas em uma mesma tecnologia, ou seja, vários *saber-fazer*, justificados pelo mesmo *saber*.

As praxeologias locais, por sua vez, se unirão formando as praxeologias regionais [T_{ij}, τ_{ij}, θ, Θ], que são apoiadas em uma mesma teoria. Além das praxeologias supracitadas, Chevallard (1998) nomeia as praxeologias globais, o complexo praxeológico [T_{ijk}, τ_{ijk}, θ_{ij}, Θ_k], formadas pela agregação de várias teorias Θ_k.

Chevallard (1998) define, ainda dentro do quadro teórico da TAD, outros objetos tais como Organização Didática, Organização Matemática, Objetos Ostensivos, Objetos não-ostensivos, a noção de momentos didáticos, bem como a noção de valência instrumental de um objeto. As definições destes objetos são apresentadas na íntegra de nosso trabalho.

Cabe ressaltar que adotamos a Teoria Antropológica do Didático para estudar tanto a abordagem do conteúdo do ponto de vista matemático, quanto do ponto de vista das escolhas didáticas. Ou seja, falamos de Praxeologia Matemática e Praxeologia Didática, porém tendo em vista o foco deste texto, definimos aqui Organização Matemática, Organização Didática e a noção de momentos, que serão abordadas nesta ocasião.

Uma praxeologia Matemática ou organização Matemática, é elaborada em torno de uma noção, ou conceito inerente à própria Matemática. Segundo Bosch:

> *[...] o objetivo de um processo de ensino [e] aprendizagem pode formular-se nas perspectivas dos componentes das organizações matemáticas que se desejam reconstruir: que tipos de problemas*

> *devem ser capazes de resolver, com quais tipos de técnicas, com base em quais elementos descritivos e justificativos, com qual referencial teórico, etc. (BOSCH, 2000, p.3, tradução nossa).*

Ou seja, refere-se à realidade Matemática que se pode construir em uma aula desta disciplina onde se estuda um determinado tema, ela deve permitir que os alunos atuem com eficácia para resolver problemas, e ao mesmo tempo, entender o que fazem de maneira racional. (Boch et Chevallard, 2001).

As Praxeologias Didáticas ou Organizações Didáticas são as respostas (a rigor) a questões do tipo "Como realizar o estudo de determinado assunto", refere-se ao modo que possibilita a realização do estudo de um determinado tema, o conjunto de tarefas, de técnicas, de tecnologias, etc., mobilizadas para o estudo de um tema. Também refere-se às escolhas realizadas no tocante à abordagem, à estrutura e ao desenvolvimento do trabalho de certo conceito ou conteúdo. (Chevallard, 1998)

Não poderíamos esperar que o processo de estudo de uma certa Organização Matemática fosse realizado de maneira única, visto que sua (re) construção depende de vários fatores que norteiam e indicam as escolhas didáticas adequadas àquela situação, tais como a realidade vivenciada, os materiais disponíveis, enfim, tudo aquilo que possibilita e oportuniza a condução do estudo da Organização Matemática em questão.

Entretanto, percebemos que quaisquer que sejam as escolhas adotadas no curso dos trabalhos de estudo de dada Organização Matemática, algumas situações são necessariamente presentes, mesmo que estas se apresentem de formas variadas, tanto quantitativamente como qualitativamente.

Estas situações serão denominadas de momentos de estudos ou momentos didáticos, porque podemos dizer que qualquer que seja o caminho escolhido, ele conduzirá inevitavelmente a um momento de fixação, ou de institucionalização, ou em um momento que demandará o questionamento do que é válido acerca do que foi construído, que caracteriza o momento de avaliação, dentre outros.

Os momentos didáticos representam uma realidade funcional, antes de serem uma realidade cronológica. Qualquer tentativa de ordenar seus acontecimentos adquire um caráter extremamente arbitrário, visto que um momento pode acontecer por várias vezes, isoladamente, ou em conjunto com outros simultaneamente, e voltar a ser vivido, por exemplo, no momento da retomada do assunto trabalhado. Segundo Chevallard (2001) pode-se analisar como uma determinada Organização Didática coloca em prática certa

Organização Matemática, investigando a maneira como são realizados os diferentes momentos de estudo.

O primeiro momento é o *primeiro encontro* com a organização que está sendo estudada; o segundo momento é o da *exploração* do tipo de tarefas T_i e de *elaboração de uma técnica* τ_i relativo a este tipo de tarefas; o terceiro momento é o da *constituição do ambiente tecnológico-teórico relativo à técnica*; o quarto momento é o do *trabalho da técnica*, que visa melhorá-la, torná-la mais confiável, o que geralmente exige aprimorar a tecnologia até então elaborada, e aumentar o controle que se tem sobre a técnica; o quinto momento é o da *institucionalização*, que mostra o que realmente é a Organização Matemática constituída, apontando os elementos que permanecerão definitivamente na Organização Matemática e os que serão dispensados. Finalmente o sexto momento, o da *avaliação*, que se articula com o momento da institucionalização e permite relançar o estudo, demandar a retomada de alguns dos momentos, e eventualmente do conjunto do trajeto didático.

Organização Didática do Capítulo Referente a Equações do 1º Grau

Nesse parágrafo analisamos os capítulos referentes a equações do 1º grau presentes nos Livros Didáticos do 7º ano focando a atenção nas escolhas dos autores diante da apresentação e condução desse assunto. Esse estudo marca os momentos didáticos, ou momentos de estudo presentes no capítulo que é introduzida formalmente a Álgebra no Ensino Fundamental.

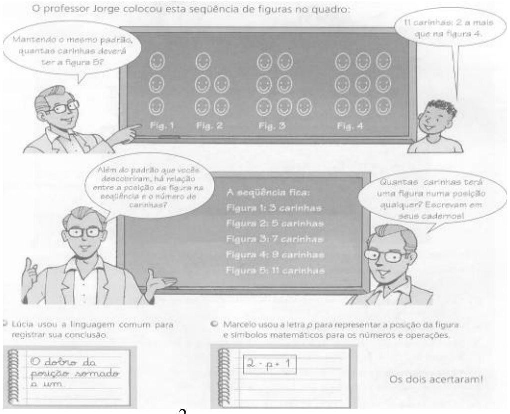
Na análise a seguir, tentamos identificar esses momentos.

3.5.1-C1: Novo Praticando Matemática –6ª Série, Capítulo 09.

O autor introduz o capítulo com uma seqüência em Ostensivo[1] na forma gráfica, por meio de um exercício resolvido; logo após descreve esta seqüência em Linguagem Natural, e, em seguida, mostra sua generalização em Linguagem Natural e em Linguagem Matemática.

---

[1] Chevallard (1998) define Objetos Ostensivos como sendo aqueles dotados de certa materialidade, que podem ser percebidos pelos órgãos dos sentidos: uma figura, o som, a escrita dentre outros.



O professor Jorge colocou esta seqüência de figuras no quadro:

Lúcia usou a linguagem comum para registrar sua conclusão.

Marcelo usou a letra p para representar a posição da figura e símbolos matemáticos para os números e operações.

Figura 01[2] – Seqüência e generalização

Dessa maneira, entendemos que este livro demonstra, na introdução do capítulo, certa consonância com as orientações dos PCNs (1997), que propõem a realização do trabalho com seqüências e padrões e suas generalizações, bem como a apresentação de mais de uma forma de representação, sendo uma delas por meio de ilustrações gráficas e a outra em Linguagem Natural.

Na introdução das equações do 1º grau, o autor opta por fazê-lo por meio de um exercício resolvido, caracterizando o 1º momento com a técnica das operações inversas (τ_1), colocando informações que se confundem com o 5º momento relativo à técnica em questão, pois parece pretender institucionalizar a técnica no momento de sua apresentação ao leitor.

Logo em seguida, observa-se a apresentação de comentários e de outros dois exercícios resolvidos que caracterizam o 2º momento referente à resolução de equações por meio da técnica das operações inversas (τ_1).

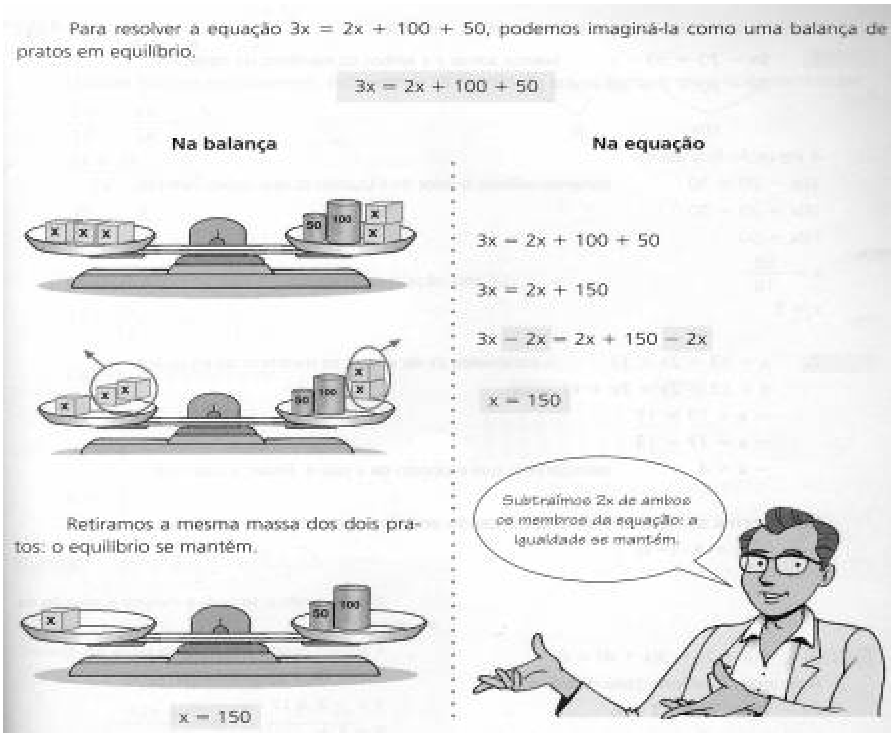
Embora no terceiro tópico, *Algumas operações com letras*, o manual apresente a técnica da redução dos termos semelhantes, que demanda um raciocínio algébrico, quando se efetua cálculos envolvendo termos com incógnitas, como $2x + 3x = 5x$, continua mobilizando a técnica τ_1, caracterizando o 4º momento com esta última.

No tópico, *Balança em equilíbrio e equações*, o autor utiliza figuras de balanças de dois pratos com objetos colocados nos pratos, de modo que a balança esteja em equilíbrio, para ilustrar, e até mesmo para propor exercícios. Apresenta alguns exemplos em que o aluno poderá observar as várias situações que será confrontado com τ_2, figurando

---

[2] Figura 01 – C_1, p.173

o 1º momento com esta técnica. Desses exemplos destacamos o segundo, que colocamos a seguir (Figura 02)[3]:



Para resolver a equação $3x = 2x + 100 + 50$, podemos imaginá-la como uma balança de pratos em equilíbrio.

$$3x = 2x + 100 + 50$$

Na balança

Na equação

$$3x = 2x + 100 + 50$$

$$3x = 2x + 150$$

$$3x - 2x = 2x + 150 - 2x$$

$$x = 150$$

Retiramos a mesma massa dos dois pratos: o equilíbrio se mantém.

$$x = 150$$

Subtraímos 2x de ambos os membros da equação: a igualdade se mantém.

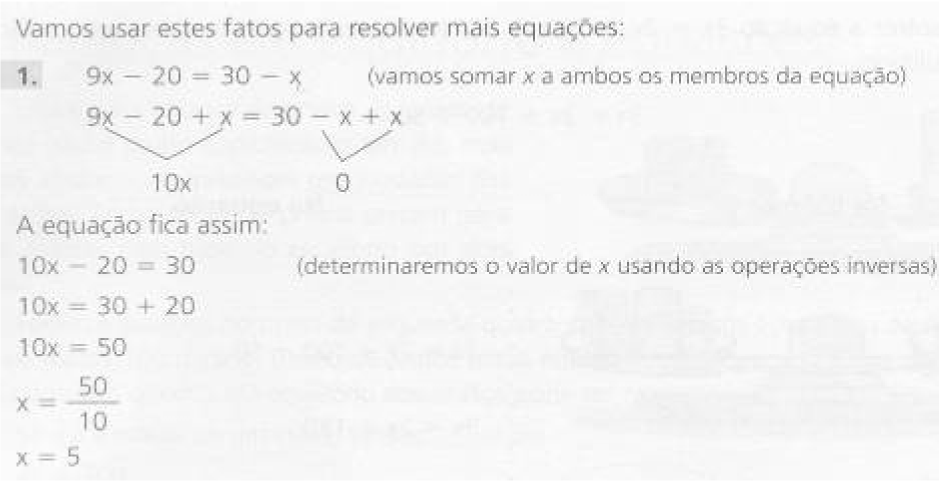
Figura 02 – Ilustração da balança X Resolução algébrica

Nesse exemplo, o autor traça um paralelo entre a ilustração da balança e a notação algébrica em cada passo dado na resolução da equação proposta, de modo que a balança permaneça em equilíbrio, e a igualdade da notação algébrica também, utilizando-se tanto da idéia de movimentos aditivos, como multiplicativos e conclui com comentários que caracterizam o 2º momento com τ_2, pois descreve o que se pode realizar em uma equação ao mobilizar esta técnica.

O autor segue com cinco exercícios resolvidos, caracterizando o 4º momento sobre a resolução de equações mobilizando a τ_2, cujas resoluções sugerem que o aluno utilize a técnica algébrica (τ_2) enquanto a incógnita figurar nos dois membros da equação, à partir do momento em que a incógnita estiver presente somente no primeiro membro, conclui a resolução utilizando a técnica que chamamos de operações inversas (τ_1).

---

[3] Figura 02 - C_1, p.183.



Vamos usar estes fatos para resolver mais equações:

1. $9x - 20 = 30 - x$ (vamos somar x a ambos os membros da equação)

$\underbrace{9x - 20 + x}_{10x} = 30 \underbrace{- x + x}_{0}$

A equação fica assim:

$10x - 20 = 30$ (determinaremos o valor de x usando as operações inversas)

$10x = 30 + 20$

$10x = 50$

$x = \frac{50}{10}$

$x = 5$

Figura 03[4] – Técnicas agregadas

Isso revela a intenção do autor de sugerir a utilização de uma espécie de roteiro na resolução dos exercícios, pois sempre que a variável figura em ambos os membros da equação, o autor sugere a utilização da técnica algébrica (da analogia com a balança) até que se consiga uma equação do tipo ax + b = c, na continuidade propõe a mobilização da técnica aritmética (Operações Inversas), a menos que ao aplicar a técnica algébrica (que faz a analogia com a balança em equilíbrio) se obtenha diretamente a raiz da equação.

Apresenta posteriormente o tópico *Aplicando o que aprendemos na resolução de problemas* em que desenvolve dois exemplos. No primeiro, observamos que utiliza a técnica Algébrica, pois descreve ao lado os procedimentos cabíveis entre parênteses, mas não apresenta na escrita os procedimentos inerentes a esta técnica, dando a impressão ao leitor que mobilizou a técnica da Transposição, que se baseia no discurso: passa para o outro lado, muda o sinal, denominada τ_3 em nossa pesquisa. Entretanto, não consideramos aqui como sendo o primeiro encontro com a técnica da transposição, pois o discurso presente no comentário confirma que a técnica trabalhada pelo autor nessa ocasião é a técnica algébrica (τ_2).

No exemplo seguinte, volta a utilizar e apresentar por meio de ostensivos a técnica algébrica (τ_2), contemplando novamente o 4º momento com esta técnica. Podemos perceber que o autor, privilegia no início do capítulo a resolução de equações, mas as resolve aritmeticamente, sem o auxílio de uma técnica especificamente algébrica.

As equações apresentadas inicialmente são passíveis de serem resolvidas inclusive mentalmente, assim sendo, o autor parece contemplar em sua obra a passagem da

---

[4] Figura 03– C_1, p.184

Aritmética para a Álgebra, pois além de apresentar exemplos de equações resolvidas utilizando a linguagem algébrica e técnicas aritméticas, seus primeiros exercícios e exemplos são passíveis de serem resolvidos até mesmo por indivíduos que não dominam as técnicas algébricas, através de operações e raciocínios aritméticos.

No decorrer do capítulo aumenta o grau de dificuldade das atividades levando, de certo modo, o aluno a incorporar gradativamente as técnicas algébricas, sempre exemplificadas em exercícios resolvidos, com o intuito de prepará-los para a resolução das atividades posteriores. O autor propõe exercícios aparentemente de acordo com os exemplos que fornece, assim, parece pretender treinar o aluno para a execução eficaz de certas tarefas utilizando-se basicamente das mesmas técnicas.

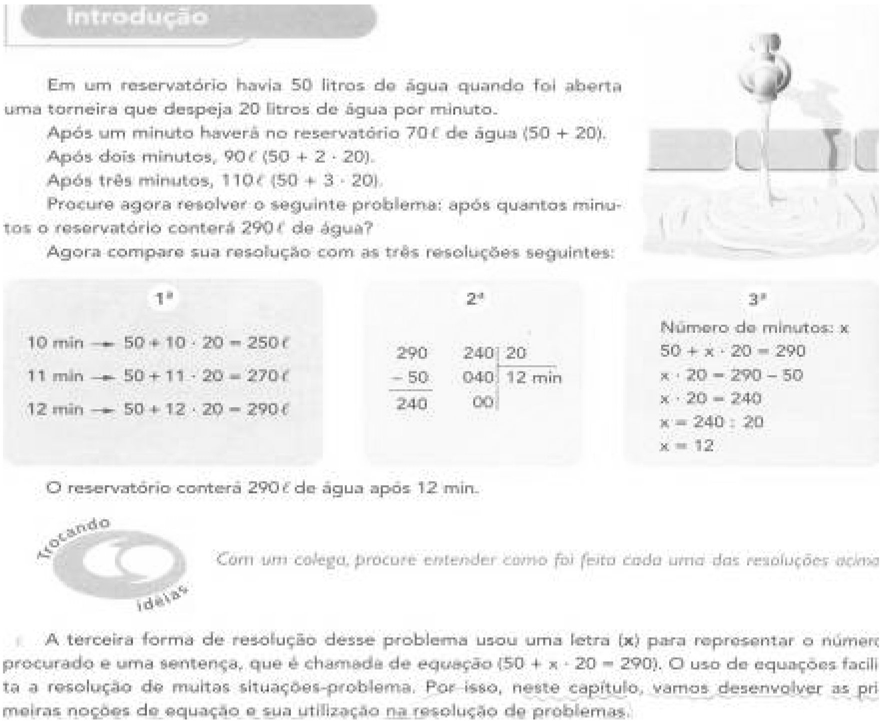
Percebemos que o autor trabalha essencialmente, na Parte Curso deste capítulo, as técnicas τ_1 e τ_2 denominadas em nossa pesquisa respectivamente como Aritmética (das Operações Inversas) e Algébrica (que faz a analogia com a balança em equilíbrio). Observamos que o autor contempla o 1º, 2º e 4º momentos com as técnicas τ_1 e τ_2. O que significa que, a nosso ver, constitui o ambiente teórico/tecnológico por meio das caixas de diálogos e comentários contemplando assim o 5º momento com as técnicas supracitadas.

3.5.2 - C2: Tudo é Matemática –6ª Série, Capítulo 07

O autor apresenta, na *Introdução* do capítulo, um exercício que resolve de vários modos: por tentativa e erro, aritmeticamente e por meio de uma equação, que desenvolve com o auxílio da técnica Operações Inversas (τ_1), apresentando a equação resolvida sem maiores explicações. Observa, nesta ocasião, que esta última forma usou uma letra para representar o número procurado e uma sentença que é chamada de equação. Ilustraremos esta apresentação a seguir (Fig. 04)[5]:

---

[5] Figura 04 – C2: p.198



Introdução

Em um reservatório havia 50 litros de água quando foi aberta uma torneira que despeja 20 litros de água por minuto.

Após um minuto haverá no reservatório 70ℓ de água (50 + 20).

Após dois minutos, 90ℓ (50 + 2 · 20).

Após três minutos, 110ℓ (50 + 3 · 20).

Procure agora resolver o seguinte problema: após quantos minutos o reservatório conterá 290ℓ de água?

Agora compare sua resolução com as três resoluções seguintes:

1ª

10 min → 50 + 10 · 20 = 250ℓ

11 min → 50 + 11 · 20 = 270ℓ

12 min → 50 + 12 · 20 = 290ℓ

2ª

$$\begin{array}{r} 290 \\ -\ 50 \\ \hline 240 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 240 & 20 \\ \cline{2-2} 040 & 12 \text{ min} \\ 00 & \end{array}$$

3ª

Número de minutos: x

50 + x · 20 = 290

x · 20 = 290 – 50

x · 20 = 240

x = 240 : 20

x = 12

O reservatório conterá 290ℓ de água após 12 min.

Trocando ideias

Com um colega, procure entender como foi feita cada uma das resoluções acima

A terceira forma de resolução desse problema usou uma letra (**x**) para representar o númer procurado e uma sentença, que é chamada de equação (50 + x · 20 = 290). O uso de equações facili ta a resolução de muitas situações-problema. Por isso, neste capítulo, vamos desenvolver as pri meiras noções de equação e sua utilização na resolução de problemas.

Figura 04 – Várias resoluções de uma situação proposta

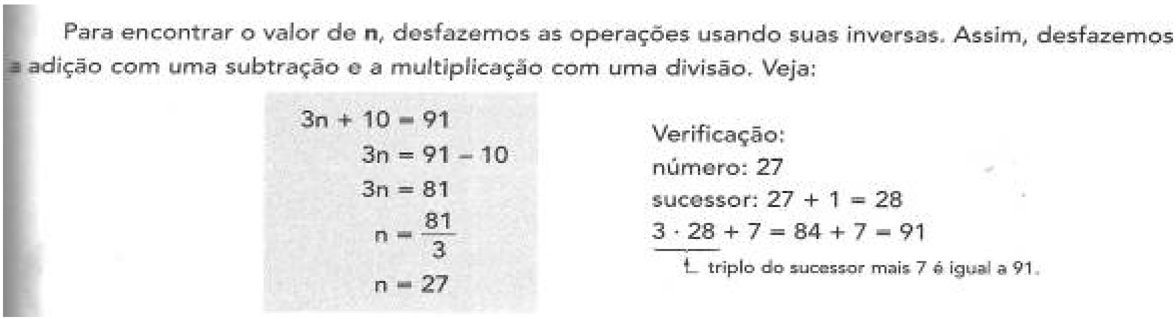
Após esse exemplo, propõe exercícios para encontrar o valor numérico de uma expressão algébrica, e outra situação semelhante à inicial, que será resolvida pelo aluno seguindo o exemplo dado.

O autor dedica os quatro tópicos subseqüentes ao trabalho com expressões algébricas, sendo que no tópico *Letras em lugar de números*, aborda por meio de um exercício resolvido, a utilização de "máquinas" de transformação de números. Segue com o tópico *Expressões algébricas*, onde mostra, usando exemplos, tais expressões, e observa que as sentenças encontradas nos exercícios anteriores recebem o nome dado ao tópico, possibilitando ao leitor a identificação das referidas expressões. Em uma atividade que nomeia como *Outras expressões algébricas* explora conceitos como o de perímetro, de medida do complemento de um ângulo, e também a aplicação da fórmula da área do quadrado, realizando e propondo diversas atividades que envolvem conceitos e conteúdos da Geometria. Continua com o tópico *Expressões algébricas equivalentes*, em que explora a propriedade distributiva, fator comum, e a redução de termos semelhantes. Exemplifica operações que podem ser realizadas com expressões numéricas e também com expressões algébricas, e por meio de exercícios resolvidos. No tópico *Valor numérico de uma expressão algébrica*, coloca situações que demandam substituir a incógnita por valores numéricos, explorando a aplicação de fórmulas, a execução de cálculo mental e a utilização de tabelas na resolução de exercícios.

Introduz as Equações do 1º Grau, com o tópico, *Usando letras para encontrar números desconhecidos* onde faz uma apresentação informal de equações, propondo situações a serem transcritas da Linguagem Natural para a Linguagem Matemática. Logo em seguida coloca duas equações, dadas em Linguagem Natural, e utiliza uma espécie de diálogo para chegar à sua decodificação em Linguagem Matemática, bem como à sua resolução mobilizando a técnica aritmética das Operações Inversas, contemplando o 1º momento com a resolução de equações por intermédio de τ_1.

Com a intenção de nomear as partes de uma equação, apresenta o tópico *Equação e incógnita*, onde faz também o reconhecimento da incógnita; observa algumas sentenças que não são equações, mas a justificativa sobre uma sentença representar ou não uma equação, é deixada para que o aluno leia e interprete em um pequeno texto introdutório no tópico em questão.

Na próxima parte, *Resolução de equações*, demonstra várias formas de fazê-lo por meio de exercícios resolvidos, sendo elas a resolução por cálculo mental, por tentativa e erro, com o auxílio de diagramas, com o uso de Operações Inversas (τ_1) caracterizando o 2º momento com esta técnica. Embora todas estas possibilidades de resolução de equações sejam colocadas à disposição do educando, o autor dá uma ênfase maior na utilização da técnica das Operações Inversas, propondo mais situações para que o aluno resolva com o auxílio desta técnica, contemplando ainda 2º momento com resolução de equações do 1º grau mobilizando τ_1, e por intermédio de diálogos e observações, institucionaliza efetivamente esta técnica, constitui-se assim, o 5º momento com a mesma.



Para encontrar o valor de **n**, desfazemos as operações usando suas inversas. Assim, desfazemos a adição com uma subtração e a multiplicação com uma divisão. Veja:

$$
\begin{aligned}
3n + 10 &= 91 \\
3n &= 91 - 10 \\
3n &= 81 \\
n &= \frac{81}{3} \\
n &= 27
\end{aligned}
$$

Verificação:
número: 27
sucessor: 27 + 1 = 28
$\underbrace{3 \cdot 28 + 7}$ = 84 + 7 = 91
triplo do sucessor mais 7 é igual a 91.

Figura 05[6] - Comentários caracterizando o 5º momento com a técnica τ_1.

Apresenta um pequeno roteiro para a resolução de problemas que propõe na seqüência dos exercícios figurando assim o 3º momento com a resolução de equações do 1º grau com o auxílio da técnica τ_1. Entendemos que o fato de se estabelecer algumas regras

---

[6] Figura 05 – C_2, p.215

para resolver uma situação-problema, significa que o autor tem a intenção de compor o ambiente teórico/tecnológico em torno da técnica ora trabalhada.

Somente após explorar e exercitar as técnicas de resolução de equações da forma ax + b = c e ax + bx + cx = d, introduz, com o tópico *Explorando a idéia de equilíbrio e resolvendo equações*, o 1º momento com a técnica algébrica (τ_2), por meio de um exercício resolvido, traçando um paralelo em cada etapa entre o processo de resolução utilizando a ilustração da balança e a resolução algébrica. Apresenta também, a partir de então, equações da forma P(x) = Q(x), por exemplo, ax + b =cx + d, que necessitam desta última técnica (τ_2) para sua resolução, o que significa que está adentrando em um campo fora do domínio de validade da técnica aritmética (τ_1), ou seja, esta não é mais suficiente para resolver as situações que serão propostas a seguir. No decorrer do tópico, por meio de comentários, explicações e resolução de exemplos, contempla o 2º, o 3º, o 4º, e o 5º momento com a técnica τ_2. Colocamos a seguir a ilustração das caixas de diálogos por meio da qual o autor contempla o 5º momento com a técnica algébrica.

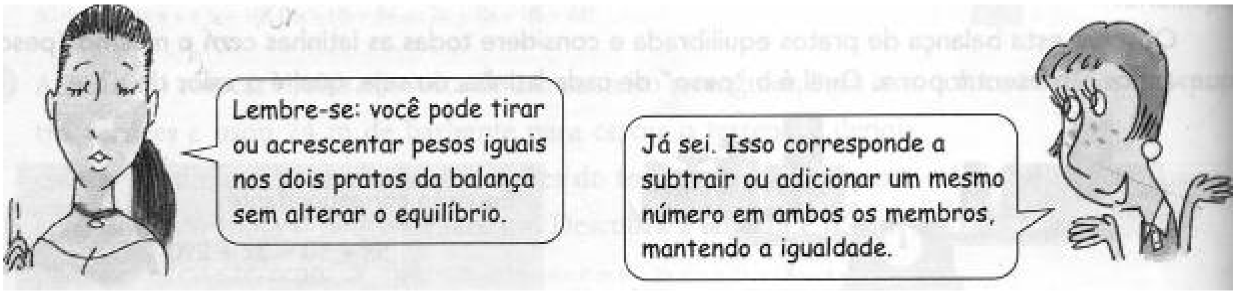


Figura 06[7] – Comentários caracterizando o 5º momento com τ_2.

Continua o capítulo com o tópico *Equações e Geometria* explorando várias situações que envolvem conceitos da Geometria sendo resolvidas por meio de equações, promovendo o 4º momento com a resolução de equações por meio de τ_1, e o mesmo momento com τ_2, aparentemente com o intuito de melhorar e fixar as referidas técnicas.

Finalmente, no tópico *Usar ou não equação?*, parece tentar fazer com que o aluno perceba a importância de utilizar este recurso na resolução de problemas. O autor resolve a mesma situação dada em Linguagem Natural, com e sem o uso de equações. Aproveita esta ocasião para promover o 1º momento com a técnica da transposição (τ_3), pois as técnicas τ_1 e τ_2 já foram trabalhadas e a resolução colocada pelo autor apresenta características próprias da técnica da transposição.

---

[7] Figura 06 – C_2, p.218

Embora o autor inicie o capítulo apresentando uma situação que resolve de várias maneiras, inclusive utilizando uma equação, dedica parte considerável do capítulo a expressões algébricas, dando ênfase às transcrições tanto da Linguagem Natural para a algébrica e vice versa. O autor trabalha também expressões equivalentes e a determinação do valor numérico de uma expressão algébrica dado um valor para a incógnita, antes de entrar efetivamente no assunto principal do capítulo, as equações do 1º grau.

Quando introduz o assunto, no início do capítulo, apresenta diversas formas de resolução, principalmente com a utilização das operações inversas, que pode ser realizada inclusive mentalmente, o que parece indicar que também contempla a passagem da Aritmética para a Álgebra.

Posteriormente explora a técnica algébrica, que estabelece uma analogia com a balança de dois pratos em equilíbrio, em diversos exercícios. Explora também conceitos da geometria, articulando esses com a resolução de equações, mostrando-se em consonância com as orientações dos programas educacionais como os PCNs.

Este manual, assim como o apresentado anteriormente, aprofunda-se no assunto até o ponto de propor atividades envolvendo equações relativamente complexas que seriam factíveis mobilizando a técnica algébrica (τ_2), ou de modo mais prático e econômico mobilizando a técnica da transposição (τ_3). Neste manual, em particular, nos atentamos para o fato de apresentar uma boa quantidade de formas de resolução de equações, como com o auxílio de diagramas, por tentativa e erro dentre outras. Destacamos também a diversidade de atividades envolvendo os entes geométricos.

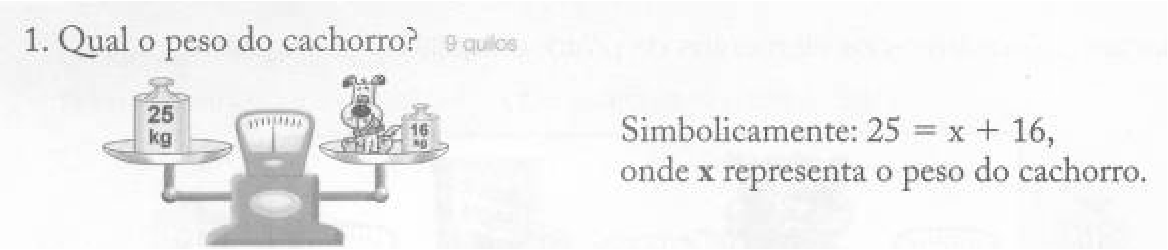
Na continuidade deste volume trabalha razões, proporções, regra de três simples, aplicação de fórmulas da área de figuras planas, volume de sólidos geométricos, sendo as equações mais complexas as trabalhadas no capítulo a elas destinadas.

Podemos observar neste manual, que as técnicas consideradas principais em nossa pesquisa, $\tau_{1,}$ τ_2 e τ_3 são trabalhadas no capítulo do seguinte modo: τ_1 com uma breve apresentação na introdução do capítulo, sendo retomada no tópico “Usando letras para encontrar números desconhecidos”, continuando no tópico “Resolução de equações”, sendo inclusive institucionalizada neste tópico, e abordada também no tópico *Equações e Geometria.* Quanto à τ_2, sua abordagem inicia na parte denominada *Explorando a idéia de equilíbrio e resolução de equações*, quando é apresentada, desenvolvida e também institucionalizada. E a técnica da transposição (τ_3), é somente apresentada e trabalhada de modo superficial, não chegando a ser institucionalizada.

Percebemos que o autor escolhe apresentar as equações do 1º grau, sua estrutura, bem como as nomenclaturas de suas partes para, posteriormente apresentar e trabalhar as técnicas principais. Realiza o estudo do tema contemplando o 1º, o 2º, o 3º, o 4º e o 5º momento com a técnica das Operações Inversas (τ_1), o 1º, o 2º, o 3º, 4º e 5º momento com a técnica Algébrica (τ_2), e o 1º momento com a técnica da Transposição (τ_3). Verificamos que, em relação às técnicas τ_1 e τ_2, este autor traça seu percurso didático perpassando o primeiro encontro com a organização na apresentação da técnica, o trabalho do tipo de tarefa e da elaboração da referida técnica por meio de exemplos, da constituição do ambiente tecnológico/teórico por meio de comentários e observações. O trabalho da técnica é realizado pela resolução de diversas situações que demandam sua mobilização, até o ponto de institucionalizá-la, mas assim como o autor da coleção C1, não avalia a técnica ora trabalhada.

3.5.3 - C3: Matemática Hoje é Feita Assim –6ª série, Capítulo 09

Nesta coleção o autor inicia o capítulo apresentando o tópico *A Matemática das balanças*. Nas primeiras páginas mostra ilustrações e peculiaridades inerentes à técnica Algébrica, figurando o 1º momento com esta técnica algébrica (τ_2), exemplificando o que acontece quando se retira ou adiciona objetos de mesma massa aos dois pratos da balança em equilíbrio, dentre outras situações mencionadas, e segue propondo atividades para que o aluno reflita acerca do que foi tratado nas páginas anteriores, como o exemplo que segue (Fig. 07)[8]:



1. Qual o peso do cachorro? 9 quilos

Simbolicamente: $25 = x + 16$,
onde x representa o peso do cachorro.

Figura 07 – Uma ilustração da balança

Na seqüência apresenta o tópico *Introdução ao estudo das equações*, mostra como reconhecer equações, as exemplifica e justifica quando uma sentença não é denominada desta forma. Mostra como identificar a incógnita, apresenta algumas interpretações em

---

[8] Figura 07 – C3, p.166 – Lembramos que neste caso a nomenclatura correta seria massa e não peso como lemos na figura extraída do manual.

Linguagem Natural de sentenças dadas em Linguagem Matemática, e explora atividades com situações análogas.

Continua com *As equações e os problemas*, onde explora a decodificação de sentenças dadas em Linguagem Natural para a Linguagem Matemática, explora neste mesmo exercício a resolução da equação, resultante da transcrição supracitada, mobilizando a τ_2, figurando assim, o 1º momento com a resolução de equações por meio da $\tau_{2.}$ Em algumas observações em destaque, apresenta o que é a raiz de uma equação, o que significa resolvê-la, e aponta os membros desta. Segue com atividades que se resumem em efetuar operações em ambos os membros, encontrar equações equivalentes a outra dada, decodificar sentenças dadas em Linguagem Natural para Linguagem Algébrica, caracterizando o 2º momento com a $\tau_{2.}$

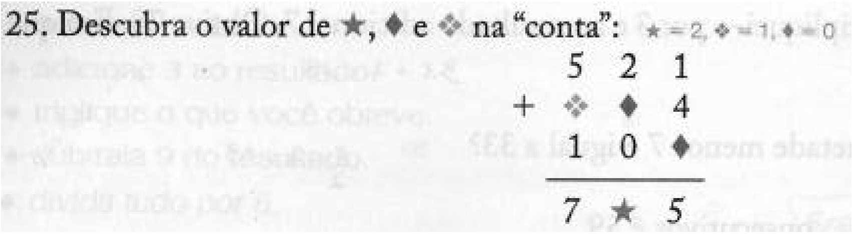
No tópico *As equações e os jogos de adivinha* são apresentados exemplos que têm como objetivo principal adivinhar o número pensado por uma pessoa. Esses exemplos constituem-se em uma série de comandos dados em Linguagem Natural, que levam à identificação do número pensado. Logo após a proposição dos comandos em Linguagem Natural, também são apresentados em Linguagem Matemática.

Nos textos colocados nas caixas de diálogos que acompanham a personagem, o autor expõe claramente a intenção de apresentar comandos que anulem os citados anteriormente, utilizando inclusive a expressão "operação inversa", mas não apresenta a resolução de nenhuma equação, de maneira estruturada, utilizando a técnica das Operações Inversas (τ_1). No entanto, propõe atividades do tipo "Qual é o número cuja metade menos 7 é igual a 33?, que seria factível mobilizando unicamente a técnica τ_1. Apresenta também atividades que demandam a criação de enunciados para equações dadas, dentre outras.

Posteriormente apresenta o tópico *Equações de roupa nova*, onde procura trabalhar atividades não-convencionais, que demandam o conhecimento aprofundado do algoritmo da adição, para que o aluno encontre algarismos substituídos por símbolos em certas contas dadas, cujos quais não contemplamos em nossas análises e que exemplificaremos a seguir (Fig. 08)[9]:

---

[9] Fig. 08- C3- p.178 – ex.25



25. Descubra o valor de ★, ♦ e ❖ na “conta”: ★ = 2, ❖ = 1, ♦ = 0

$$\begin{array}{rccc} & 5 & 2 & 1 \\ + & ❖ & ♦ & 4 \\ & 1 & 0 & ♦ \\ \hline & 7 & ★ & 5 \end{array}$$

Figura 08 - Exercício não-convencional

Propõe também exercícios envolvendo máquinas, que utilizam tabelas e tratam a letra como variável, chegando a colocar a equação da forma y = x + 3, lembrando uma função, para que os alunos substituam valores em x e em y visando completar as células destacadas.

Em seguida, trabalha o tópico denominado *Voltando ao assunto*, onde pede em determinado exercício que expresse simbolicamente as seqüências dadas numericamente, que utiliza letras, números e símbolos matemáticos para decodificar a seqüência numérica em questão. Logo após, em *Máquinas, tabelas, diagramas e equações*, retoma a utilização de máquinas e a construção de tabelas com células destinadas à entrada e saída, demonstrando que equações equivalentes possuem mesmo quadro de saída.

Aponta no tópico *O que pode e o que não pode na resolução de equações*, as operações possíveis de serem realizadas nas equações por meio de comentários e exemplos, mobilizando, na maioria das vezes a técnica Algébrica (τ_2), figurando o 5º momento com esta técnica. Segue o tópico *Equações do 1º grau*, onde mostra como reconhecê-la, bem como verificar se é do 1ºgrau (não justifica) e determinar sua incógnita, e continua com o tópico *Solução de uma equação do 1º grau*, fala de Conjunto Universo, e quando consideramos que uma equação tem ou não solução de acordo com o conjunto considerado, contemplando assim o 3º momento com a técnica algébrica (τ_2).

Pelo fato de iniciar o capítulo apresentando a técnica Algébrica (τ_2), e por não resolver nenhum exercício utilizando a técnica Aritmética, (τ_1), sistematicamente na resolução de equações, entendemos que essa coleção não contempla efetivamente τ_1. Mesmo sabendo que o capítulo traz explicações acerca do que é considerada uma operação inversa, esclarecendo o que caracteriza este procedimento, mas não o utiliza na resolução de equações do 1º grau.

Isso nos permite dizer que essa coleção não fornece meios que oportunizam privilegiar a passagem da Aritmética para a Álgebra, pois além de iniciá-lo com a técnica Algébrica (τ_2), não resolve nenhum exemplo traçando um paralelo entre a resolução puramente Aritmética, sem a utilização de equações, e a resolução com o auxílio de uma equação utilizando-se da técnica Aritmética, dentre outras ações que poderiam privilegiar esta passagem.

O fato de as opções deste autor, na estruturação da Organização Didática ser bem diferenciada das opções dos demais autores de Livros Didáticos, torna quase que obrigatória a utilização da coleção em todas as séries, para que sejam contempladas todas, ou boa parte das exigências dispostas no currículo brasileiro no tocante à Educação Matemática. A utilização de um manual pertencente a essa coleção, implica em trabalhar conceitos e conteúdos nesse ano, que podem figurar em exemplares de outros anos (antigas séries) comparando com as outras coleções, pois o autor afirma ter reestruturado os conteúdos do Ensino Fundamental, criando sua própria seqüência. Isso significa que, um conteúdo que figura no manual do 5º ano da coleção C_3, pode figurar no exemplar do 8º ano em outra coleção.

O estudo da Organização Didática desse manual nos permite observar que o autor escolhe apresentar o assunto Equações do 1º grau, contemplando o 1º momento com a resolução de uma equação mobilizando a $\tau 2$, porém de forma indireta permeada por observações e diálogos, e sem a sistematização deste trabalho com a técnica em questão. Faz opção de trabalhar esta técnica perpassando o 1º, o 2º e o 3º momento didático para desenvolver exercícios que demandam encontrar equações equivalentes, e realizar ações inerentes a esta técnica, como efetuar a mesma operação em ambos os membros da equação, diferentemente dos demais manuais analisados, que mobilizam a τ_2 para resolver efetivamente as equações propostas. Ressaltamos o fato deste autor não contemplar, na Parte Curso, nenhuma das outras duas técnicas principais (Aritmética e Transposição).

3.5.4 Em Síntese

A presente Organização Didática permite vislumbrar as escolhas dos autores no tocante à apresentação e condução do conteúdo. Embora estejamos analisando manuais disponibilizados em um mesmo país, podemos perceber que cada um toma posturas diferenciadas no campo educacional. Isso se deve ao fato de haver uma diretriz para estabelecer o que deve ser feito, porém há a liberdade de escolha por parte dos autores acerca de como, quando e a forma que deseja abordar os assuntos presentes no Ensino Fundamental.

Duas das coleções analisadas, C_1 e C_2, iniciam o capítulo apresentando seqüências a serem generalizadas, trabalhando em seguida expressões algébricas. Entretanto, na primeira a dedicação às expressões algébricas é bem menor que na segunda. Ambas contemplam, cada qual ao seu tempo, a passagem da Aritmética para a Álgebra, o que não ocorre com a terceira coleção (C_3), que já inicia apresentando uma técnica especificamente algébrica. Ainda relacionada a esta última, não observamos a proposição de situações que explorem sistematicamente a resolução de equações, embora apresente e utilize as nomenclaturas características do assunto, tais como raiz da equação, membros da equação dentre outras.

A primeira coleção, C_1, assume um caráter mais tecnicista, pois apresenta a técnica e em seguida propõe várias tarefas a serem desenvolvidas pelos educandos. A segunda coleção, C_2, possui características mais próximas da maioria das coleções aprovadas pelo Guia do PNLD 2008: permeia a parte teórica com diálogos e diversifica as formas de propor os exercícios aos educandos, promovendo discussões e oportunizando o desenvolvimento do raciocínio, além do trabalho com a técnica ora apresentada. A terceira coleção, C_3, toma uma postura aparentemente construtivista, pois não trabalha o conteúdo da maneira convencional; as técnicas que apresenta são mobilizadas apenas para exercitar procedimentos que poderão ser aplicados na resolução de uma equação, mas não as resolve nem propõe a resolução efetiva no capítulo, apenas lança discussões em torno do desenvolvimento do assunto.

A coleção C_3 demonstra certa consonância com as orientações presentes nos PCNs, quando coloca que neste nível deve-se apresentar o assunto apenas para que o aluno o conheça, deixando para as séries posteriores a continuidade pertinente, enquanto que C_1 e C_2 parecem compartilhar da mesma importância dada ao conteúdo, bem como a imersão e o tratamento dado aos conceitos e técnicas desenvolvidas.

Após a análise da Parte Curso dos manuais, observamos que, em C_1 e C_2, o objetivo do capítulo é apresentar as técnicas Aritmética (τ_1), Algébrica (τ_2). Na coleção C_3, o trabalho acontece em torno da técnica τ_2. A técnica da transposição (τ_3), é somente apresentada no final do capítulo dos manuais que a contemplam. Além destas, outras técnicas são necessárias para que as três primeiras sejam colocadas em prática. Uma delas é a técnica “Aplicar a propriedade distributiva da multiplicação”, que nomeamos $\tau_{9;}$ outra é a técnica “Reduzir termos semelhantes” que nomeamos τ_{13}.

Referências Bibliográficas

ANDRINI, Álvaro, VASCONCELLOS, Maria José. **Novo praticando Matemática**. São Paulo: Editora do Brasil, 2002.

ASSUDE, T. **De l'écologie et de l'économie d'un systéme didactique: une étude de cas**. 1996, Recherche en Didactique des Mathématiques, 16/1, 47-72.

BIGODE, Antônio José Lopes. **Matemática hoje é feita assim**. São Paulo: FTD, 2000.

BITTAR, Marilena. **A escolha do software educacional e a proposta pedagógica do professor: Estudo de alguns exemplos da Matemática**. [2004]. Mimeografado.

BITTAR, Marilena, FREITAS, José Luíz Magalhães de. **Fundamentos e metodologia de Matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental**. Campo Grande: Ed. UFMS, 2004.

BOSCH, Mariana Casabó. **Un punto de vista antropológico: La evolución de los "instrumentos de representación" em la actividad Matemática**. 2000. Disponível em: <http://www.ugr.es/local/seiem/IV_Simposio.htm> . Acesso em: 24 set. 07.

BOSCH, Mariana, CHEVALLARD, Yves.**La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique**. 1999, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19/1, 77-123.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/ Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____Ministério da Educação e do Desporto (MEC). **Programa Nacional do Livro Didático (PNLD)**. Guia Nacional de Livros Didáticos: Matemática de 6º ao 9º anos. Brasília, 2008.

BROUSSEAU, G. **Théorie des situations didactiques.** Grenoble: Pensée Sauvage, 1998.

CHANDLER e EDWARDS, apud GRAVINA, Maria Alice e SANTAROSA, Lucia Maria. **A aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados**. IV Congresso RIBIE, Brasília 1988.

CHAACHOUA, Hamid, **L'analyse des manuels dans l'approche anthropologique**,2007. Transparência.

CHEVALLARD, Yves. **Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège**. Première partie. *Petit x* n°5, IREM de Grenoble, pp.51-94, 1985.

_____. **Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège**. Deuxième partie. *Petit x* n° 19, IREM de Grenoble, pp.43-75, 1989.

_____. **Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège**. Troisième partie. *Petit x* n° 30, IREM de Grenoble, pp.5-38, 1990.

_____. **Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathematiques: L'approche anthropologique**. Actes de l'U.E. de la Rochelle, 1998.

_____. **Organiser l'étude 1. Structures et Fonctions, in Dorier, J – L. Et al (eds) Actes de la 1 lième Ecole d'été de didactique des mathématiques** – corps –21–30 Août 2001, Grenoble : La Pensée Sauvage, pp 3–22.

CHEVALLARD, Yves, BOSCH, Mariana, GASCÓN, Josep. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Tradução: Daisy Vaz de Moraes, Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

DANTE, Luíz Roberto, **Tudo é Matemática**: livro do professor. São Paulo: Ática, 2002.

DA ROCHA FALCÃO, J. T. **A álgebra como ferramenta de representação e resolução de problemas**. Em Schillieman, A.D, Carraher, D.W., Spinillo, A.G., Meira, L.L, & Da Rocha Falcão, J.T. (orgs.). Estudos em Psicologia da Educação Matemática. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1993.

LINS, Rômulo C.; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 1997.

PAIS, L.C., BITTAR, M., FREITAS, J.L., **Fatoração de expressões algébricas em livros didáticos das séries finais do ensino fundamental**, [2007]. Mimeografado.

PINTO, A.H. **As concepções de Álgebra e Educação algébrica dos professores de Matemática**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo, 1999.

PRESSIAT, A., COMBIER, G. et GUILLAUME, J.C. **Passage de l'aritmétique à l'algèbre ou dodélisation algébrique. Les debuts de l'algèbre au collège**, INRP, 1996.

Quoc, Nguyen Ai. **Les apports d'une analyse didactique comparative de la résolution dês équations du second degree dans l'enseignement secondaire au Viêt-Nam et en France**. Thèse, Université Joseph-Fourier , Grenoble, 2006.