

A Elaboração de Conjecturas em Geometria com o Auxílio do Cabri-Geomètre

Paulo Humberto Piccelli - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Tv. Adelaide n° 150, (67)33869675, pjpiccelli@hotmail.com, mestrando do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática

Profª. Drª. Marilena Bittar - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Rua Brasil n°86, apt. 1203, (67)33457139, marilena@nin.ufms.br, coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática

Introdução

Já faz alguns anos que os professores se deparam com uma nova forma de dar aulas. Além de quadro e giz, o professor agora também está utilizando o computador; a informática está sendo inserida nas escolas e está surgindo uma nova tendência. Não só em matemática, mas em qualquer disciplina encontram-se professores que estão sendo incentivados a utilizar esta nova ferramenta, que agora está disponível na maioria das escolas públicas de Campo Grande.

A informática foi inserida nas escolas, mas quem está preparado para utilizar? Como utilizar esta ferramenta a favor da aprendizagem e do conhecimento? Essas são questões que me motivaram a sair em busca das respostas. As novas tecnologias da informação estão cada vez mais presentes nas escolas, porém como utilizá-las em sala de aula é uma discussão que está praticamente ausente da maioria dos cursos de formação inicial (BITTAR, 2000 e BRANDÃO, 2005).

Minhas dúvidas começaram por volta do ano de 2005 quando foram criadas as salas de informática nas escolas. Essas salas são equipadas com computadores que possuem acesso à internet além dos programas básicos como editores de textos, planilhas, etc. São destinadas para o uso dos alunos durante as aulas, para isso é necessário que o professor agende previamente os horários e as turmas que irá trabalhar nesta sala junto com a entrega do planejamento da aula. Com isso, nós professores, fomos de certa forma incentivados a trabalhar a nossa matéria no computador e a minhas primeiras perguntas foram: “O que fazer? Como fazer?”

As primeiras atividades, que eu montei, foram aplicadas no *software* Excel e foram inspiradas em alguns passatempos de algumas revistas científicas: eram atividades do tipo testes lógicos de raciocínio e concentração. Logo na primeira atividade percebi que as mesmas não tinham nada a ver com a Matemática ou a Física que eu estava trabalhando em sala de aula, com isso voltei à pergunta anterior. O que fazer e como fazer?

No segundo semestre de 2006 eu tive conhecimento que iria iniciar o Programa de Pós-Graduação *strictu sensu* em Educação Matemática – Curso de Mestrado da UFMS, e que uma das linhas de pesquisa era voltada para a tecnologia na educação. Efetuei a minha inscrição para poder adquirir maior conhecimento sobre esse assunto. A minha primeira tentativa de entrada no programa de mestrado em Educação Matemática da UFMS não deu certo. Na época eu ainda não tinha o conhecimento suficiente para preparar uma boa intenção de pesquisa a ser apresentada. Depois de terminada a seleção, conversando com a Prof^a Dr^a. Marilena Bittar, recebi um convite para participar de um grupo de pesquisas, financiado pelo CNPq, onde iríamos estudar a integração da tecnologia com as aulas de Matemática. As reuniões seriam quinzenais, às quartas feiras, na sala do Mestrado em Educação Matemática. Desde então (Fevereiro de 2007) eu venho participando desse grupo que contribuiu muito para o meu crescimento e, conseqüentemente, para o meu ingresso no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UFMS em 2008.

Trata-se de um grupo de pesquisa-ação, formado por matemáticos e pedagogos, que atuam desde a Educação Infantil até o Ensino Médio e Superior, alguns alunos de mestrado e doutorado em Educação e em Educação Matemática; uma mistura muito interessante porque podemos perceber que alguns problemas ou questionamentos não são só de um nível específico, ou seja alguns questionamentos de uma professora da educação infantil são os mesmos de um professor do Ensino Médio, por exemplo. Dentro do grupo, entre outras atividades formamos um grupo menor de três professores do Ensino Médio, interligado ao grupo, que começou a estudar o seguinte problema: “As mudanças na prática pedagógica do professor que insere a informática em suas aulas”, esse é o objeto de pesquisa (dissertação de mestrado) de uma das integrantes desse grupo menor. Com isso conseguimos desenvolver e aplicar melhor as atividades que seriam colocadas para os nossos alunos nas salas de informática.

Depois dessa ação – reflexão – ação que também foram feitas e relatadas no grupo por mais outros participantes, individualmente ou em grupos menores, o grupo sentiu a necessidade de se dividir em subgrupos. De forma que cada subgrupo optasse por um tema

e uma tecnologia e, a partir daí elaborar uma seqüência didática que seria aplicada em sala de aula. Essa experiência ainda não está finalizada e será discutida em um outro momento.

Foi com a participação nestes grupos que eu consegui encontrar algumas respostas para as minhas perguntas iniciais: pelo menos *o que fazer* já estava sendo resolvido, mas faltava saber *como fazer*, como aplicar uma seqüência didática ao aluno para que ele consiga realmente adquirir o conhecimento, ou seja, aprender? Essa questão levou-me a querer investigar como o aluno aprende, como elaborar atividades que permitam ao aluno elaborar seu conhecimento? E, mais especificamente, quais são as conjecturas que o aluno consegue elaborar? Uma vez definida nossa questão de pesquisa passamos à definição do nosso objetivo geral, dos objetivos específicos e, em seguida dos referenciais teórico e metodológico, que descrevemos a seguir.

Objetivos

A partir de nossas experiências e reflexões anteriores definimos o seguinte **objetivo geral** dessa pesquisa:

Investigar a elaboração de conjecturas em Geometria por alunos do Ensino Médio.

Queremos criar algumas situações onde o aluno seja um pequeno investigador e consiga elaborar **conjecturas** que o leve a aprendizagem, segundo o que Jean Piaget diz sobre conhecimento e aprendizagem. Trata-se de alunos do **Ensino Médio** de uma escola estadual do município de Campo Grande; o conteúdo escolhido é o estudo de ângulos inscritos na circunferência.

Para atingir nosso objetivo geral, definimos os seguintes **objetivos específicos**:

- Investigar a utilização do Cabri-Geomètre para a elaboração de conjecturas em Geometria;
- Identificar e analisar as diferentes estratégias que o aluno utiliza para validar uma conjectura;
- Investigar dificuldades dos alunos para a elaboração e validação de conjecturas sobre ângulos inscritos em uma circunferência.

Queremos propor ao aluno situações em que ele possa aprender de forma autônoma. Escolhemos a Geometria por se tratar de um assunto que os alunos apresentam

muita dificuldade para o aprendizado, mas, também, por ser um campo propício para a elaboração de conjecturas. Temos, além disso, como hipótese que o *software* escolhido auxilia na elaboração de conjecturas por se tratar de uma geometria dinâmica; em que o aluno pode movimentar as construções e visualizar melhor as propriedades da figura. Queremos que o aluno, de certa forma, siga os passos do Matemático e ao final do processo consiga adquirir conhecimentos novos, ou seja, aprender.

Referencial Teórico

Como na nossa pesquisa iremos investigar a elaboração de conjecturas em geometria por alunos do Ensino Médio, vamos trabalhar então com a aprendizagem. Para explicar o que é aprendizagem, vamos tomar com base o que Jean Piaget diz.

Jean Piaget (1972) faz um paralelo entre *desenvolvimento* e *aprendizagem*. Diz que o desenvolvimento é um processo espontâneo ligado ao processo genético de desenvolvimento do organismo da criança, e a aprendizagem ocorre quando a criança é provocada por situações em que ela precisa pensar e elaborar novas estratégias para resolver um problema, “o desenvolvimento explica a aprendizagem”. (PIAGET, 1972).

Piaget afirma que conhecimento não é fazer uma cópia do objeto, mas poder transformar o objeto e entender esta transformação. Ele explica melhor citando quatro fatores, os quais quando apresentados isoladamente não são suficientes para que ocorra desenvolvimento.

O primeiro é a “Maturação” que está relacionada com o sistema nervoso da criança; é importante, mas não basta para que a criança tenha conhecimento e aprendizagem. Existem pesquisas mostrando que crianças de mesma idade, mas de sociedades diferentes, podem apresentar um desenvolvimento mental diferente.

O segundo fator é a “Experiência Física”, não basta apenas realizar uma experiência, como calcular medidas de dois objetos, se isso não acarreta um novo conhecimento, é o que Piaget denomina de *lógico-matemática*. As perguntas que podem ser feitas são: “O que a criança aprendeu depois de ter calculado as medidas?” “Quais foram as estruturas cognitivas que a criança elaborou?” Para isso é preciso elaborar experiências que levem o aluno a avançar etapas do seu próprio desenvolvimento e aprendizagem.

Como terceiro fator, Piaget destaca a “Transmissão Lingüística, Social ou Educacional”; a criança pode receber informações sobre certo assunto, mas, que só irão contribuir para o aprendizado se a criança tiver conhecimentos prévios sobre esse assunto, ou seja, ela precisa ter uma estrutura para poder ter algum aprendizado sobre essa informação.

Por último o fator da “Equilibração”; depois da ocorrência dos três fatores, é necessário que se tenha um equilíbrio, pois quando o aluno é provocado com novos conhecimentos, há um desequilíbrio emocional e cognitivo, e este fator vem justamente para balancear os conflitos internos e externos.

Nós acreditamos que aprendizagem se dá segundo o que Piaget nos traz, quando propõe que o aluno seja ativo para a construção do conhecimento. No caso da nossa pesquisa, precisamos elaborar situações que coadunem com o que diz Piaget, seguindo nesse sentido, utilizaremos a Teoria das Situações Didáticas.

Essa teoria foi desenvolvida pelo professor e pesquisador Guy Brousseau, ela trata especificamente sobre o saber matemático, ou seja, a aprendizagem da Matemática, diferente de outras teorias em que o objetivo é a aprendizagem em geral. Segundo Freitas (2008, p. 78), “Brousseau desenvolveu um tratamento científico do trabalho didático, tendo base a problematização matemática e a hipótese de que se aprende por adaptação a um meio que produz contradições e desequilíbrios”. É uma teoria onde estão envolvidos o professor, o aluno e o saber matemático e fica a cargo do professor elaborar um *meio* para que o aluno se envolva na construção do saber matemático. “Meio é onde ocorrem as interações do sujeito, é o sistema antagonista no qual ele age.” (FREITAS, 2008, p. 79).

Como nosso objetivo é levar o aluno a elaborar conjecturas, devemos constituir o meio para que o aluno consiga atingir o objetivo esperado.

A partir do momento que o professor cria um meio que leve o aluno a constituir um conhecimento de certo conteúdo matemático, de forma que o aluno não seja responsável por este conhecimento, este professor estará agindo de uma forma denominada por Brousseau como uma *situação didática*. Seria uma situação em que o professor fica responsável em transmitir o conhecimento para o aluno, sendo assim, o aluno apenas seguiria o modelo apresentado. Brousseau define situação didática como:

(...) um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre o aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema

educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição. (BROUSSEAU, 1986, p. 8):

A situação adidática é de alguma forma um modo de o professor fazer com que os alunos “sigam os passos” dos cientistas que conseguiram desenvolver a teoria de certo conteúdo matemático. Desta forma o aluno se torna responsável pelo conhecimento, que não será transmitido pelo professor, mas construído pelo aluno. É claro que levar os alunos a conjecturar em pouco tempo teorias que provavelmente demoraram-se anos, décadas e algumas até séculos, não é tarefa fácil para o professor. Para isso é necessário que o professor proponha uma situação onde possa ocorrer uma *devolução*, ou seja, devolução nesse caso está ligada à resposta do aluno quanto ao problema proposto pelo professor. É necessário que o aluno aceite o problema, nesse caso o aluno está fazendo parte do desafio proposto e é interagindo com este desafio que se possibilita a aprendizagem. Para que a nossa proposta tenha sucesso, será um desafio para o pesquisador elaborar uma seqüência didática que seja possível para o aluno resolver as questões, essas que terão de ser elaboradas pensando nos conhecimentos prévios do aluno. Caso isso ocorra e o aluno aceite o problema como sendo dele, então dizemos que houve a devolução e, Brousseau classifica essa situação de adidática.

Uma situação adidática se caracteriza essencialmente pelo fato de apresentar determinados momentos no processo de aprendizagem nos quais o aluno trabalha de maneira independente, não sofrendo nenhum tipo de controle direto por parte do professor. (FREITAS, 2008, p. 84).

Uma situação adidática ocorre sempre que acontece a devolução por parte do aluno, ou seja, este toma para si a responsabilidade da resolução do problema. Para que ocorra o aprendizado neste caso é preciso que o aluno pesquise, desta forma o professor não precisa interferir diretamente, pois, o aluno consegue adquirir o conhecimento de forma autônoma. No nosso caso o pesquisador irá apresentar a seqüência para o aluno e deixar que ele mesmo faça suas tentativas, certas ou erradas, sem que haja muita interferência do pesquisador ou do professor. Por isso o desafio de criar uma seqüência que possa permitir essa autonomia por parte do aluno.

Outra etapa pode ser chamada de *situação não-didática*, que são problemas que não estão relacionados com o saber matemático, ou seja, são situações que não colaboram para a aprendizagem, estes no caso não farão parte da nossa pesquisa.

Tipologia das Situações Adidáticas

Temos três tipos de situações adidáticas e queremos que nosso aluno consiga passar pelas três. A primeira será proposta pelo pesquisador, as outras duas ficarão a cargo do aluno. Começamos com a *situação de ação*, ela acontece quando o aluno se empenha em resolver o problema. Esta fase é puramente experimental, são soluções que o aluno encontra sem estar preocupado muito em explicitar ou validar a resposta, ou até mesmo, fazer a relação entre a resposta e alguma teoria de base. Esperamos que isso aconteça assim que for proposta a seqüência para o aluno; que ele próprio faça essas experimentações até conseguir elaborar uma conjectura. Depois temos a *situação de formulação*, onde o aluno já está mais empenhado em teorizar os conceitos utilizados na resolução, mas ainda sem uma validação explícita dos conceitos. Nesta fase gostaríamos que os alunos utilizassem de novos conhecimentos adquiridos, durante a resolução dos exercícios da seqüência, para formular um conceito onde o próprio aluno irá verificar a *validade* do conceito que ele próprio elaborou. Finalizando temos as *situações de validação*, neste caso, o aluno consegue provar o que ele conseguiu conjecturar.

As situações de ação, formulação e validação são situações adidáticas e esse processo é cíclico, pois, o aluno através de suas ações poderá formular algumas teorias falsas e logicamente não conseguirá validá-las. Desta forma o aluno precisará voltar para a ação e, através de experimentações, formular outras teorias até que consiga elaborar uma que seja possível de ser validada.

Depois de experimentar e formular vamos ver se é possível o aluno conseguir demonstrar aquilo que ele formulou. Não basta apenas elaborar mecanismos para resolução do problema, é necessário que verifique se estes mecanismos são válidos para certo tipo de problemas e problemas semelhantes onde seja utilizado o mesmo mecanismo para a resolução. Ao final de todo o processo, o professor entra com a institucionalização que é um processo didático, em que, o professor irá fazer um apanhado de tudo o que foi feito durante a sessão e fazer um fechamento do assunto.

Referencial Metodológico

A idéia principal da nossa pesquisa é elaborar situações que levem o aluno a trabalhar de forma autônoma, ou seja, criar situações adidáticas. Para isso precisamos

definir como serão elaboradas essas situações. Pensando nisso optamos pela Engenharia Didática (ARTIGUE, 1990), pois ela nos dá, além do modelo de elaboração, também o modelo de análise destas situações.

A Engenharia Didática é uma metodologia que foi criada para fazer a análise de situações didáticas que por sua vez tem como objeto de estudo a Didática da Matemática. Esta metodologia é geralmente utilizada quando a pesquisa tem uma parte experimental.

Diferencia-se de outras pelo tipo de validação que ela utiliza: a validação é interna, ou seja, fazendo uma comparação entre *análise a priori* e *análise posteriori*. Neste caso o aluno é comparado com ele mesmo, ou seja, é analisado o desenvolvimento dele no decorrer dos trabalhos. Diferentemente da metodologia utilizada por outras ciências em que a validação é externa: ocorre quando existe um *grupo experimental* e um *grupo controle*, ao final compara-se o resultado dos dois grupos.

A engenharia didática se compõe de quatro fases: análises preliminares, análise a priori, experimentação e análise a posteriori. Veremos cada uma delas a seguir com mais detalhamento.

“As *análises preliminares* para a concepção da engenharia são feitas através de considerações sobre o quadro teórico didático geral e sobre os conhecimentos didáticos já adquiridos sobre o assunto em questão, (...)” (MACHADO, 2008, p. 201). Basicamente é essa fase que vai embasar a engenharia didática, pois são levados em consideração os conteúdos ensinados e as dificuldades e obstáculos que podem surgir durante a realização dos trabalhos.

“A *análise a priori* comporta uma parte de descrição e outra de previsão e está centrada nas características de uma situação adidática que se quis criar e se quer aplicar aos alunos visados pela experimentação.” (MACHADO, 2008, p. 205) Para isso é preciso que na análise a priori esteja previsto o comportamento do aluno de acordo com a escolha das atividades que serão propostas a ele. É necessário que esteja descrito quais os problemas que o aluno terá que resolver, qual o conhecimento prévio que o aluno precisará para a resolução de cada um, qual o nível de dificuldade de cada problema. É preciso prever quais as estratégias possíveis para a resolução dos problemas, quais as decisões que serão tomadas pelo aluno, portanto, prevendo o comportamento dos alunos temos como controlar esses comportamentos.

A *experimentação* é a realização da engenharia; isso se dá quando um grupo de alunos efetivamente começa a resolver as situações e problemas que lhes foram propostos

pelo professor – pesquisador que durante a experimentação estará fazendo a observação destes alunos que são os sujeitos da pesquisa.

A *análise a posteriori* é também a fase de *validação* onde é feito o tratamento dos dados coletados durante a experimentação, ou seja, tudo o que foi observado e registrado, tanto pelo pesquisador quanto pelo aluno. É nesta fase também que acontece o confronto entre o que foi previsto na análise a priori e os dados coletados para a análise a posteriori, deste modo tendo a validação ou refutação da(s) hipótese(s) levantada(s) anteriormente. A análise a posteriori também pode ser realizada durante o processo de experimentação, se no caso houver várias sessões, pode-se fazer uma análise a posteriori pontual entre uma sessão e outra.

Para a nossa pesquisa, iremos elaborar uma seqüência didática com exercícios sobre geometria, fazendo um recorte para o assunto de *ângulos inscritos na circunferência*. Tanto a seqüência quanto a análise a priori estão em fase de elaboração; estamos escolhendo os exercícios e analisando o nível de desafio a ser proposto ao aluno.

Esta seqüência será aplicada a alunos de uma turma de Ensino Médio de uma escola pública da rede estadual de ensino do município de Campo Grande, Mato Grosso do Sul. A intenção é de selecionar dez alunos voluntários de uma mesma turma que ainda não tenham visto o conteúdo matemático da seqüência, prevista para ser dividida em seis sessões. A seqüência será realizada na própria escola no contra – turno dos alunos que irão executar as atividades em duplas e todas as duplas em um mesmo horário.

Para a realização da seqüência os alunos terão como ferramentas: papel, lápis, régua e compasso, além do *software* Cabri-Gèometre; o *software* foi escolhido porque possui o que é chamado de *geometria dinâmica*, em que o aluno pode movimentar objetos e assim visualizar melhor a construção. Estamos partindo da hipótese de que o Cabri-Geomètre auxilia na elaboração de conjecturas que, depois de elaboradas, devem ser provadas pelos alunos.

Gostaríamos de ressaltar que utilizaremos o Cabri como ferramenta e não como objeto de ensino. Somente na primeira sessão será feita uma familiarização, em que o professor – pesquisador irá mostrar o funcionamento do *software* para que o aluno conheça os comandos básicos. Terminada a familiarização, o aluno terá que procurar as estratégias para a resolução dos problemas sem a interferência do pesquisador. Lembrando que o aluno ficará livre para escolher qual ferramenta ele irá utilizar; o *software* ou régua e

compasso. O objetivo principal do uso dessa ferramenta é a aprendizagem da matemática com o auxílio do *software*.

Resultados Esperados

Esperamos proporcionar momentos de aprendizagem e desenvolvimento para o aluno e compreender como ocorre esse processo, além de, identificar e analisar as dificuldades dos alunos na elaboração e validação de conjecturas. Pretendemos também verificar a utilização do Cabri-Geomètre para auxiliar a elaboração de conjecturas em Geometria.

Referências Bibliográficas

ARTIGUE, M.. *Ingénierie didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 9, nº3, pp. 281-307. La Pensée Sauvage, 1990.

BITTAR, M. *Informática na Educação e formação de Professores no Brasil*. **Revista Série-Estudos**: Periódico do Mestrado em Educação da UCDB, Campo Grande, 2000.

BITTAR, M. *A escolha do software educacional e a proposta pedagógica do professor: estudo de alguns exemplos de Matemática*. (texto no prelo), 2007.

BRANDÃO, P. C. R. *O uso de software educacional na formação inicial do professor de Matemática: uma análise dos cursos de licenciatura em Matemática do Estado de Mato Grosso do Sul*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Mestrado em Educação, Campo Grande, 2005.

BROUSSEAU, G. *Fondements et Méthodes de la didactique des mathématiques*, RDM, Pensée Sauvage, Grenoble, 1986.

FREITAS, J. L. M. *Situações Didáticas*. In: *Educação Matemática: uma introdução*. (org.) SILVA, D. A. São Paulo: EDUC, 3ª ed. rev. 2008.

MACHADO, S. A. *Engenharia Didática*. In: *Educação Matemática: uma introdução*. (org.) SILVA, D. A. São Paulo: EDUC, 3ª ed. rev. 2008.

PIAGET, J. *Desenvolvimento e aprendizagem*. Tradução Paulo Francisco Slomp. Título Original: *Development and learning*. In: LAVATELLY, C. S. e STENDLER, F. *Reading in child behavior and development*. New York: Hartcourt Brace Janovich, 1972.